

IOANNIS BROSCII CVRZELOVIENSIS *ARITHMETICÆ*

CAPVT I.

De Arithmeticæ Definitione atque Diuiſione.


RITHMETICA eſt doctrina bene numerandi, qua ſignificatione ab aliis Logiſtice dicitur. Franciſcus Vieta Logiſtices nomen generaliùs ſumit. Logiſtice inquit, numeroſa eſt quæ per numeros. Specioſa quæ per ſpecies ſeu rerum formas exhibetur, vtpote per Alphabetica elementa. Itaque illi Logiſtice numeroſa Arithmetica dicitur. Ars eſt infiniti vſus non ſolum per omnes ſcientias, verum per omnes vitæ partes. Plato certe interrogatus cur homo animal ſit ſapientiſsimum, reſpondiſſe fertur, ὅτι ἀριθμεῖν ἐπίςαται,

quod numerare ſciat. Itaq; ſolertię hinc quædã ſumuntur indicia. Stultiſſimi enim ſemper habiti ſunt qui numerare neſciuerunt: quod etiam in prouerbium abiiſſe palam eſt. Exempla non deſunt. Amphiſtidem tradunt magno labore vſque ad quinque numerare didiciſſe. Sic & Melitides vltra quinque numerare non potuit. Quin etiam in Polonia dicitur quidam ætate iam prouectus fuiſſe, qui non poterat computare, quot ſolidis groſſus Polonicus contineretur. Eiuſmodi Logiſtas fruſtra adhibueris ad arenulas Archimedis numerandas. Ridiculi verò ſunt qui artem propter rerum varietatem, in quibus artis vſus conſpicitur in varias ſpecies diſtrahunt: aliamque putant mercatorum Arithmeticã eſſe, aliam Mathematicorum. Ter quinque tantundem Mercatori faciunt, quantum Mathematico. De numeris intellige non de rebus numeratis. Neque propter rerum numeratarum diuerſitatem, aut præceptorum in aliis atque aliis rebus vſum, artis vlla diuerſitas erit. Diuerſi ſunt Viſtulæ in Polonia vſus, ad aquandum, lauandum, nauigandum, aliique multi: Viſtula tamen vnus eſt. Liceat enim nobis in Acade-

Academia Cracouienſi de noſtro Viſtula hoc vſurpare, quod olim Veromanduus in Academia Pariſienſi de ſuo Sequana vſurpauerat in iis libris, quos in lucem iam editos peculiariter Academiæ Cracouienſi dono dedit (aſſeruantur penes facultatẽ Philoſophicam) poſtquam Georgio Ioachimo Rhetico Cracouiã tunc obſeruationibus per obeliſcum; aliiſque Mathematicis laboribus illuſtranti, grauiſsimum de Aſtrologiæ conſtitutione problema propoſuiſſet. Sed hanc diſtinctionem artis nulli cordato placere puto. Alia operoſior eſt, ac vereor vt nonnullis diſſuaderi poſsit, cùm à magnis viris vſurpatam viderint. Aiunt Arithmeticam aliam eſſe Practicam, aliam Speculatiuam. Socrates olim accuſabat eum qui primus vtilitatem à natura ſiue honeſto ſeiunxiſſet: ego quoq; valde accuſo eos, qui diſsidium inter contemplationem & praxim, hoc eſt cõtemplationis vſum introduxerunt. Omnium artium præcepta cùm ediſcuntur theoriam habent: eorum verò exercitatio & vſus praxim. An verò propterea duæ ſunt artes, ars & vſus artis? Nulla præcepta debent eſſe ocioſa: omnium vſus perquirendus. Ne-

que tamen ſtatim ocioſa putemus, ſi quorum vtilitatem nondum perſpicimus. Ingenii potius noſtri imbecillitas hic accuſanda eſt. Valde verò mihi de ignorantia ſuſpecti ſunt iſti contēplatores abſque praxi: quod de Muſicis ſpeculatiuis tantùm, Ioannes Baptiſta Benedictus ad Cyprianum Rore Muſicum celeberrimum olim perſcripſit: Opinio, inquit, Hectoris Euſonii Cypriane mi dilectiſsime vera non eſt, quod aliquis rectè poſsit intelligere rationes conſonantiarum Muſices abſque cognitione illarum, mediante ipſo ſenſu: imò nemo poteſt calere theoriam Muſices, niſi aliquo modo verſatus ſit in praxi. Idque conſeſſus eſt ingenuè acerrimi ingenii vir Adrianus Romanus, dum affirmauit ſe quod nullam ſibi in adoleſcentia praxim Muſicæ comparaſſet, vix circa annum quinquageſimum intellexiſſe quid eſſet Diapaſon. At dices multos eſſe in contemplatione præceptorum alicuius artis verſatos ad praxim tamen ineptos: Dico ego contemplationem illam cum ineptitudine ad vſum imperfectionem artificis arguere. Cum enim Ariſtotele ipſo docente, Tunc demum rem quamuis ſcire dicamur,

cùm cau-

cùm causas eius primaque principia cogno-
scimus, quomodo ille rei alicuius cognitio-
nem contemplatione assecutus dicitur, qui
suæ contemplationis ignorat vsùm, hoc est fi-
nem, causam causarum omnium præstantis-
simam? Quia igitur non vnius causæ, sed o-
mnium causarum cognitio scientiam parit, i-
deo non solùm perquirendum est, quid res
sit, quod isti contemplatores faciunt, verùm
etiam propter quid sit, indeque iam praxis,
hoc est vsus emanat. Et rectè Maro ait: Felix
qui potuit rerum cognoscere causas. Sed di-
cent adhuc multa in hac arte præcepta esse si-
bi inutilia. Ego verò respondeo illis quidem
inutilia, aliis verò maximè vtilia esse. De ar-
tis verò vsu, ex rerum ipsarum natura iudici-
um instituẽdum est, non ex percipientis po-
tentia. Hominum enim ingenia non æque ca-
pacia sunt. Theophrastus quoque dicebat ea
quæ scimus, si comparentur ad ea quæ nesci-
mus, ne millesimam quidem partem esse eo-
rum quæ nescimus. Et aliquis est qui Arith-
metices vsum ad sacculos tantùm suos exten-
dit, an ex eius arbitrio Arithmetica nobis erit
definienda? Constat igitur nobis hinc, vt ar-

tis cuiuſlibet, ſic Arithmeticæ quoque contē-plationem propter praxim inſtitui: praxim autem non illam tantùm qua inquirimus, ſi vna vlna ematur 20 nummis, ſex vlnæ quot nummis ementur: (quamuis hæc quoq; præclara ſit) verùm aliam longè præſtantiorem qua expediti reddimur ad omnes diſciplinas percipiendum. Magna hæc Arithmeticæ cōmoditas eſt, à Platone adhuc prodita. Homines (inquit) natura λογιστικοὶ hoc eſt cōputatores ad omnes doctrinas acuti videntur. Quin etiam ſi qui ingenio tardiores huic ſe ſtudio dederint, ſi nullam aliam vtilitatem ſuſceperint, tamen hoc aſſequuntur vt acutiores quam antea ſint. Eademque ſententia eſt D. Auguſtini, qui non ſolùm Arithmeticam ipſe conſcripſit, verùm illud quoque grauiſsimè monuit: Nemo (inquiēs) ad diuinarum humanarumque rerum cognitionem accedat, niſi prius annumerandi artem addiſcat. Poſſem hoc loco multas grauiſsimorum authorū ſententias adhuc proferre, ſed breuitati conſulendum eſt. Et horum quos adduxi authoritas tanta eſt, vt ſola per ſe ſufficiens ſit puerorum ingeniis excitandis, ad perquirendum

Arith-

Arithmetices vſum. Ac iam omiſſa illa diuiſione, quæ res arctiſsimo vinculo coniunctas dirimit, aliā cum recentioribus proponamus. Arithmetica duplex eſt: Simplex quæ conſiderat ſimplicem numeri naturam: & Comparatiua, quæ comparationem numerorū inſtituit. Nihil in tota Arithmetica reperies, quod ad has partes non reuocetur. Numerus verò circa quem Arithmetica verſatur, ab Euclide dicitur vnitatum collectio. Diuidunt alii numerū in digitum: vt, 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Articulum: vt, 20.30.40.1000. Compoſitum: vt, 15.26.1004. Verùm hæc diſtinctio apud Euclidem vetereſq; Mathematicos nulla fuit. Videtur autem deſumpta, vt voces ipſæ arguunt ex Arithmetica, quæ olim fuit in digitorum geſtu. Apud Plutarchum huius Arithmeticæ veſtigia extant. Scribit enim *Orontem Regis Artaxerxis generum, cùm ob iram inhonoratus & condemnatus foret, dixiſſe: Vt computatorum digiti nunc decem millia nunc vnum ſignificant: ita regum quoque amici, interim totum, interim minimum poſſunt.* Quintilianus quoque *Actor*, inquit, *non dico, ſi circa ſummas trepidat, ſed ſi digi-*

torum ſaltem incerto aut indecoro geſtu, à cō-putatione diſſentit, iudicatur indoctus. Et Iani ſtatua à Romanis ſic efformata ſcribitur, vt dextra trecenta, ſiniſtra ſexaginta quinque notaret, ad dies anni deſignandos. Itaque maiores numeri in dextra manu, minores in ſiniſtra notabantur. Poetáque ſenem aliquē deſignans, inquit:

—— Atque ſuos dextra iam computat annos.

Beda Venerabilis presbyter, nonnulla prodidit de iſtiuſmodi Arithmetica. & ſpero aliquē fore, qui collapſam hanc per digitos computandi rationem reſtituat. Sed iam accedamus ad præcepta artis explicanda, exordium ſumentes à Numeratione vt eam vocant.

CAPVT II.

De Numeratione.

INitio monitum Lectorem volo, nomen iſtud amplum eſſe. Si enim Arithmetica eſt do[illegible] bene numerandi, tota numeratione con[illegible]. Qui addit numerat: numerat etiam [illegible] ſubtrahit, & qui multiplicat, vel diuidit. De-

dit. Denique nihil in Arithmetica reperies, quod numerationis nomine non contineatur. Cur igitur nomen minutæ parti inditum, quod toti Arithmetico corpori proprium est? Nos cum recentioribus Notationem vocabimus: quæ si nobis definienda sit, non ineptè forsan eã Lectionem aut Scriptionem cuiuscunque multitudinis esse dicemus. Hoc vt pueri, quibus hæc scribimus, intelligant (pueros autem existimo, omnes qui numerandi artem ignorant) vtar exemplo illis familiari: Habent Grammatici suum alphabetum A b c d, &c. habent etiam Arithmetici suum: paucioribus tamen literis vel characteribus constans. Alphabetum autem Arithmeticum istud est. o nullã, 1 vnam, 2 duas, 3 tres, 4 quatuor, 5 quinque, 6 sex, 7 septem, 8 octo, 9 nouem vnitates valet. Decem igitur solummodo notis quæuis multitudo exprimitur, vt admirabile sit adeò paucis literis tot multitudines scribi & exprimi posse. Quotiescunque igitur numerus aliquis proponitur, eum sumpto initio à dextra distingue post ternas quasque figuras, vt singulæ periodi seu membra contineant tres notas, excepto vltimo, quod

aliquando tres, aliquando duas, aliquando vnam continet. Trium verò iſtarum notarum valor nõ eſt idem, *vt in hoc exemplo 304, quaternarius primo loco poſitus, quatuor tantùm ſignificat: ac ſi notas permutes ſic 340 quaternarius in ſecundum locum promotus, ſignificat quadraginta: denique ſi hoc pacto ponas 430 quaternarij nota altiùs euecta quadringenta ſignificabit. Verum igitur hic illud eſt: Honores mutant mores. In tribus ergo iſtis locis primo puer exerceatur.* Primus locus valorem numeri ſimplicem habet. Secũdus locus valet denarios, quot enim vnitates fuerint in ſecundo loco, toties decem intelligantur. Tertius locus centum deſignat toties, quot vnitates in illo fuerint. Antiquum illud mihi placet: prima ſe, ſecunda decem, tertia centum: hoc eſt, prima nota ſuam ſimplicem ſignificationem retinet. In ſecundo loco poſita ſignificationem ſuam decuplam facit. In tertio centuplam, vt hic 324. Prima 4. ſignificat quatuor vnitates. Secunda 2 ſignificat viginti: id eſt decies duo. Tertia 3 ſignificat trecenta, id eſt centies 3. Atque hi tres amplificationis gradus in maioribus etiam

numeris

numeris repetentur. Millia verò per cõmata ſeu virgulas deſignantur. Primum à dextris comma deſignat millia. Secundũ mille millia, quem vulgò millionem dicunt. Tertium valet millies millena millia, hoc eſt mille milliones, vel mille millia millium. Atque ſic deinceps millenaria progreſsio ſeruatur. Vt vero quilibet numerus enuncietur cõmodè, membrum quodlibet ſeorſim exprimatur. *Sit exemplum iſtud.* 64,564,295,432.

Vltimum mẽbrum à ſiniſtra profertur ſic: Sexagies quater millies millena millia: Vel ſexaginta quatuor millia millionum.

Tertium membrum quingenties ſexagies quater millena millia: Vel quingenti ſexaginta quatuor milliones.

Secundum ducenta nonaginta quinq; millia.

Primũ tandem quadringenta triginta duo.

Vides igitur diſtinctionem numeri cuiuſlibet procedere à dextra: Lectionem verò eiuſdem à ſiniſtra. Atque his intellectis, facilè etiam quilibet numerus ſcribetur. *Vt ſi proponantur ſeptuaginta duo millena millia notu exprimenda: Id perficies ſi primo* 72 *ſcri-*

bas, dein-

bas, deinde toties tres o ſubiūgas quoties mille in exemplo nominantur: vt hic vides 72,000,000. *Sic igitur ſcribentur ſeptuaginta duo millena millia: ſeu milliones, vt nunc vocant. Millio enim ſignificat mille millia vnitatum primi loci. Imo cuiuſlibet loci millio eſt. In quarto loco ſunt millia: ſi quæras vbi ſit quarti loci millio, hoc eſt millium millio, à quarto loco incluſiuè dextram verſus numera ſeptem loca: ibi enim erit quæſitus locus: vt in hoc exemplo:*

123, 456789, 012.

Millionis millionem reperies, ſi à prima nota ad ſeptimam procedas, ibique commate poſito, à ſeptima nota veluti eſſet prima, numeres rurſus ad ſeptimam, vt in hoc exemplo.

123, 456. 789, 098. 765.

Enunciabis verò ſic: Centum viginti tres milliones millionū. Quadringenta quinquaginta ſex millia millionum. Septingēti octoginta nouem milliones. Nonaginta octo millia. Septingenta ſexaginta quinque. Ac ſi millionis millionum nomen aliquod rotundū fingi poßit, magnum eſſet compendium concipiendi & exprimendi magnos numeros. Talis ergo

lis ergo eſt lectio & ſcriptio numerorum. Variè autem in hac lectione & ſcriptione, puerorum ingenium explorari & exerceri poteſt, ſi loca aliqua ſint vacua, hoc eſt cyphris (0) referta. *vt ſcribe octo millia & tredecim*

8013.

Scribe viginti millia trecenti quatuor

20304.

Atq; ſic deinceps in multis aliis exemplis, quorum geneſis & analyſis ex ſuperioribus præceptis pendet. Notabis autem ab aliis omnes notas à ſeptimo loco incluſiuè enunciari aduerbiis, quod tamen perpetuum non eſt.

CAPVT III.

Qua ratione Romani veteres numeros notauerint.

ROmani peculiarem quandam numerorum enunciationem per centena millia habuerunt, vt ex varijs authorum locis deducit doctiſſimus Snellius. *Plinius libro* 33. *capit*: 10. *Non erat (inquit) apud antiquos numerus vltra centum millia, itaque eſt hodie.*

Centena

Centena verò millia designantur notis sexto loco positis. Vt si velis octies centena millia scribere: scribes sic 8,00000 Sic Cicero Verrina 3 inquit, Dionem sestertiùm decies centena millia numerasse, quæ scribitur sic 10,00000. Sæpè tamen verba illa centena millia reticentur. Plinius libro 7 cap: 26 è tabula votiua quam Pompeius Magnus bello triginta annorum confecto, in delubro Mineruæ suspendit, numerat hominum centies vicies semel, octoginta tria millia ab eodem fusa, fugata, occisa, in deditionem accepta. Vbi Romano more plenè enunciandum est, centies vicies semel centena millia & octoginta tria millia. Numerus iste notabitur sic, 121,83000. quem nos more nostro disjungeremus sic, 12,183,000. vt sit numerus duodecies millenorum millium, seu quod idem est duodecim millionum, & centum octoginta trium millium. In alijs Plinij exemplaribus leguntur tantùm vicies semel centena octoginta tria millia. Multa talia exempla passim apud probatos authores occurrunt, quorum præcipua Snellius in libro de re Nummaria collegit. *Suetonius Caligula: Vicies septies millies sestertium non*

toto

toto vertente anno absumpsit. Quæ infinita pecuniæ vis est. Hic etiam centena millia reticentur: Enunciatio plena hæc est, vicies septies millies centena millia sestertiûm. Numerus sic notabitur, 27000, 00000. Quæ summa Calculo Snellij facit coronatos Gallicos 67,500,000. Non homo sed barathrum quoddam a Suetonio describitur. Plinius libro 9 capite 35 margaritham quam Cleopatra in aceto maceratam vnico haustu absumpsit, sestertijs centies taxauit. Notatio hæc est 100,00000. Valor coronatorum Gallicorum 250,000 calculo Snellij. Stanislaus Grsepsius valorem ponit ducentorum viginti quinque aureorum Vngaricorum. Vna ista Cleopatræ potio, quot hominibus tota vita suffecisset? Hoc autem loco illud venit annotandum, Romanos atque adeò veteres omnes non his figuris 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, vsos ad varios numeros exprimendum. Copernicus lib: 1 cap: 12 has numerorum figuras vocat Indicas, veluti ab Indis inuentæ sint. Romani literis septem vtebantur I. V. X. L. C. D. M. ad omnem numerum describēdum I significat vnum, X significat decem: V autem

tem eſt dimidium ipſius X. C ſignificat centum & ita olim ſcribebatur [: & tum dimidium erit L pro nota quinquaginta. Sic M mille ſignificat, & olim ſcribebatur ſic clɔ vt dimidium ipſius Iɔ vel propter ſcribentium celeritatem, vna litera D confuſum fuerit pro nota quingentorum. Sic iſtæ Romanorũ notæ deſcribuntur in Scholis Mathematicis. Artificium notandi numeros per has notas Romanorum, conſiſtit vel in repetitione, vt II. duo: III tria, XX viginti, XXX triginta, CC ducenti, &c. vel in præpoſitione: vt cùm nota minor maiori præponitur, intelligitur maior diminuta minoris valore. ſic IV quatuor. IX nouem, XL quadraginta, XC nonaginta, notantur. vel in ſubiunctione, vt cùm nota minor maiori ſubiungitur, intelligitur maior aucta minoris valore. Ergo VI ſex, XI vndecim, XV quindecim, LX ſexaginta, CX centum & decem valebunt. Neque plura ad iſtiuſmodi Arithmeticam ingenioſus requiret. Varietatem notarum apud alios inueniet copioſè expoſitam.

CAPVT

CAPVT IV.

Qua ratione Græci numeros notauerint.

GRæci per myriadas literis ſuis numeros notare ſolebant, eamque notandi rationem in figuris etiam Indicis retinent celebres Mathematici, præcipue verò Adrianus Romanus. Franciſcus Vieta ſubtiliſſimus Iureconſultus & Mathematicus, in reſponſo propè diuino ad problema, quod omnibus Mathematicis totius orbis conſtruendum propoſuit Adrianus Romanus, alludens ad cognomen Romani, ex iſta notandi ratione ioci ſumpſit occaſionem. Græci (inquiens) per myriadas, Romani per millenas & milleſima numeranto. Verùm certo conſilio Græcam diſpunctionem Adrianus Romanus adhibuit, propter radicum quadratarum extractiones, vt ipſe mihi narrauit Cracouiæ. Illud igitur antiquũ hoc loco retineatur: Prima ſe: ſecunda decem: tertia centum: quarta mille: numeruſque quotcunque notis deſcriptus, poſt quaternas figuras commatis diſtinguatur, ſumpto

à dextris initio. Primumq́ue comma myriadum erit Myrias decem millia significat. Secundũ myriontadicωn duplorum: hoc eſt myriadis myriadum. Tertium myriontadicωn triplorum: atq; ſic deinceps. Exemplis tota res melius percipietur. *Herodotus lib: 7 Xerxis copias bellicas quas in Græciam duxit, enumerans ſic ait: Quingentas viginti octo myriades, ter mille ducentos & viginti viros duxit Xerxes Darij filius vſq; Sepiadem & Thermopylas. Numerus is notabitur ſic: 528, 3220.*

Noſtro more diſtingueretur: 5, 283, 220. vt ſit valor quinque millionum, ducentorum octoginta trium millium, ducentorum & viginti virorum.

Appianus libro 4 bellorum ciuilium refert Ciceronis caput ab Antonio repenſum 25 myriadibus Atticarum drachmarũ. Numerus notatur ſic: 25, 0000. Porrò 25, 0000 drachmarum ſunt 10000 *Edoardæi Nobiles. Tota verò ſumma* 10000 *Edoardæorũ æquatur coronatis Gallicis 23, 750. Theon in magnam Syntaxim Ptolemæi cap: 4 libro 1. terræ ſoliditatem ex Ptolemæi ſententia dimenſus colligit ſtadia 9 8 4 0 6 3 6 4 4 6, 9 4 9 7, quæ*

iuxta expoſitam artem poſt quaternas notas diſpungo ſic:

98,4063,6446,9497.

Vltimum membrum enunciabitur ſic: nonaginta octo myriontadicωn triplorum. Penultimum ſic: quatuor millia ſexaginta tria myriontadicωn duplorum.

Secundum ſic: ſexies mille quadringentæ quadraginta ſex myriades ſimplæ.

Primum: nouem millia quadringenta nonaginta ſeptem.

Secundum doctrinam capite ſecundo expoſitam, numerus idem diſtingueretur ſic:

98,406,364,469.497.

Enunciaretur in hunc modum.

Vltimum membrum: nonagies octies millies millies millena millia: vel ſimpliciùs ſic: nonaginta octo milliones millionum.

Penultimum, quadringenties ſexies millies millena millia. Vel quadringenta ſex millia millionum.

Antepenultimũ: Trecenties ſexagies quater millena millia: vel trecenti ſexaginta quatuor milliones.

Secundum: Quadringenta ſexaginta nouam millia.

 Pri-

Primum. Quadringenta nonaginta ſeptem.

Atque inde iam perſpicis illam rationem numeros exprimendi, de qua diximus capite primo, nominatim verò hanc quæ fit per milliones, multò commodiorem eſſe. Quam rem non eſſe veluti leuē aſpernandam, rectè monet Villebrordus Snellius, Mathematicorum hac ætate decus eximium. Quanto (inquit) periodi ſeu membra maiora fuerint, tanto magis expedita erit enunciatio, & numerorum comprehenſio memoriæ ac menti facilior. Archimedes quoque, vt in hac re, ita in omni diligentia mirus, periodos octonarias, hoc eſt membra octo notarum conſtituit, in ſua ad Zeuxippum Arithmetica: quam rationem in ſuo Pſammite de arenæ numero iterauit. Sed ad alia properemus. Nemini verò moleſtum videri debet, quod tam diu in præcedentibus hæſerim. Integros alii libros conſcripſerunt de ſola numerorum notatione: vti fecit Georgius Heniſchius Medicus & Mathematicus Auguſtanus. Multum autem refert, vt pueri ea exempla mente concipiant, verbis exprimant, quæ in ſequentibus proponentur addenda, ſubtrahenda, multiplicanda, vel diuidenda.

denda. Quid enim ſtultius eſt, quam addere eos numeros quos legere non poſsis? Proinde conſulto immorati ſumus in notatione: firmaque fundamenta Arithmeticæ iacta puer ſciat, ſi notationis præcepta intellexit. Nunc veniamus ad quatuor præcepta Arithmetices, quæ Canonica vocat Franciſcus Vieta: Logiſtices, inquiens, ſpecioſæ Canonica præcepta ſunt quatuor, vt numeroſæ. Magnitudinem magnitudini addere. Magnitudinem magnitudini ſubducere. Magnitudinem in magnitudinem ducere. Magnitudinem magnitudini applicare.

CAPVT V.

De Additione.

ADditio eſt duorum vel plurium numerorum in vnam ſummam collectio.

In hac puer, vt ſummam duorum numerorum promptè inuenire aſſueſcat, præſcripto alphabeto, primum notas inter ſe variè componat. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Vt 2 & 9 sunt 11. *9 & 0 sunt* 9. *9 & 8 sunt* 17. Atque ita deinceps variandæ sunt notæ, vt pueri ingenium promptum reddatur ad maiorum numerorum additionem.

Si verò tres aut plures figuræ colligendæ sint, per partes singulas inductio fiat: *vt sint colligenda in vnam summam* 3,6,9,5,4. *collectio fiet sic: 3 & 6 sunt* 9. *9 & 9 sunt* 18. 18 *& 5 sunt* 23. 23 *& 4 sunt* 27. *Itaque istorum numerorum* 3, 6, 9, 5, 4, *summa est* 27 Meditatione ista additio commodius perficietur, si collectionem mente facias, summam vero tantum lingua exprimas, ad singulas notas ponendo stylum aut digitum: *vt* (*ad* 3) 3 (*ad* 6) 9 (*ad* 9) 18 (*ad* 5) 23 (*ad* 4) 27.

Iis quę sunt intra parentheses, intellige additam vocem *ponendo*. Numeri qui sunt extra parentheses, sunt summæ antecedentiũ, quas solas vox exprimere debet. Assuescatque iam puer in hac meditatione mentẽ exercere. Res hic Pythagoræa agitur, silentio potius quam lingua perficienda. Hoc olim agebant in quinquennali silentio Pythagoræ discipulì. Hoc præmisso, datis duobus vel quotcunque numeris, collocetur vnus sub altero: ita vt similes

miles notæ vnius similibus alterius subiiciantur. Similes autem notæ dicuntur, quæ eiusdem loci ac periodi sunt. Igitur prima nota vnius numeri, primæ alterius, secunda secundæ, tertia tertiæ, & cæteræ cæteris respondeant: *vt si hi numeri* 75429 489268. 138. 1489. *addendi sint: collocandi erunt hoc pacto:*

75429
489268
138
1489

Præcipitur vulgò vt de numeris addendis maior superscribatur: sed hoc nihil est: & vtcunqne numeros posueris, si id fiat modo iam præscripto, valor illorum non immutabitur, additioque eadem erit. Ducta denique linea sub numeris, primæ notæ colligantur; collectus ex his numerus, si vnica figura scribitur, ponendus est sub primis notis: Si verò duabus, dextra sub primis quæ sunt additæ notis scribatur: sinistra verò seruetur addenda mox sequenti ordini. Vel si discipulus iudicii iam exactioris sit, minor compositi numeri pars scribatur sub additis, maior sequen-

ti ordini addatur. *Vt in isto exemplo primi ordinis notæ faciunt 34. minorem 4. pono sub primis: maiorem quæ non tres vnitates, sed tres vnitatum denarios valet, addo secundo ordini.* Iamque hæc discipulus discat æstimare valorē notarum, non ex figura, sed ex loci & dignitatis prærogatiua. Cùm verò secundus ordo colligetur, omnes notæ rursus significatione primi loci capiantur; *vt duo, sex, tria, octo*: quamuis eæ sint reuera viginti, sexaginta, triginta, octoginta. Idque compendium est maximum omnibus arithmeticæ speciebus. Si enim collectus numerus ponatur sub iis notis quæ sunt additæ, valor idem manebit. Est enim vnitas cuiuscunque antecedentis loci ad vnitatem immediatè sequentis subdecupla *Itaque hac arte colliges ordinem secundum sic: 2. 6. 3. 8 & 3 quæ à priori ordine ad secundum recesserant, conficiunt 22. Ergo 2 scribo sub secundi ordinis notis, reliqua ad tertium pertinebunt.* Atque sic reliquos ordines coaceruabis, *fietque summa datorum numerorum 566,324. vt hic vides.*

1 1 1 2 3
7 5 4 2 9
4 8 9 2 6 8
1 3 8
1 4 8 9
5 6 6 3 2 4

Soleo ego dum additionem facio in charta, in qua numeri ad ſequentem ordinem reiecti. & infra lineam ſcripti, deleri non poſſunt, numeris addendis, ordine ſuo diſpoſitis lineam ſuperſcribere & ſubſcribere: & quotieſcunq; ex coaceruatione numerorum colliguntur duo numeri, dextrum quidem ſub eo ordine qui collectus eſt, infra lineam ſubductam pono: ſiniſtrum vero ſupra lineam ſuperius ductam ordinemque ſequentem qui colligendus eſt. *Vt in ſuperiore exemplo ex notis primi ordinis collecta ſunt* 34. 4 *ergo ſcripſi infra, ſequentem numerum qui* 3 *denarios primi ordinis continet, collocaui ſupra lineam ſuperiorem, & ſecundum ordinem, vt mox colligi poſſit cũ alijs ſecũdi ordinis notis.*

Quod compendium ſi cui placet, ſequatur.

Aliud exemplum.

Accepisti ab vno debitore 849 florenos: ab altero 1658. à tertio 945. Quæritur summa omnium. Pone sic:

212
849
1658
945
3452

Dico igitur summam esse 3452.

Tertium exemplum.

Si quæratur quam pridem condita sit Roma, respondeaturque conditam esse ante Christum 752 annis: à Christo verò fluxisse annos 1620 quia Annorum ab eodem principio indiuersa numeratorum distãtiam additione colligimus, *ideo inductione facta,*

752
1620
2372

Colliges à Roma condita fluxisse annos bis mille trecentos septuaginta & duos.

Quartum.

Si quæ-

Si quæratur quam pridem capta ſit Troia, reſpondeaturq; captam eſſe ante Chriſtum annis 1182 à Chriſto verò fluxiſſe annos 1620 in ductione per additionem facta:

1182
1620
______
2802

colliges fluxiſſe bis mille octingentos & duos annos à capta Troia.

Quintum.

Si quæratur quam pridē vixerit Homerus, & reſpondeatur è Gellio ante conditam Romā 160 annis: quæ ſit exſtructa ante Chriſtum natum annis 752: Chriſtum verò natum anno abhinc 1620: Addantur hi tres numeri:

160
752
1620
______
2532

Summa indicat ab Homero annos 2532 effluxiſſe.

Multa talia exempla ex probatis Chronologis deſumere licet: & bonum eſt iuuentutē in talibus exerceri, præſertim cùm id non ſine

quadam

quadam animi voluptate fiat. Nos quædam addemus.

Principium rerum siue mundi conditus ante Christum annis 3949.

Diluuium ante Christum 2293.

Exodus ex Ægypto 1496.

Prima Olympias 775.

Alexandri magni obitus 322.

Quod si in multorum numerorum collectione numerus proueniat tribus figuris scribendus: prima scribatur sub additis; secunda supra secundum ordinem; tertia supra tertiũ. additionisq; inductio perficiatur, vt iam præscriptũ est. Verùm quando multi numeri colligendi sunt, consultius est operationem in duas aut tres distribuere additiones, atque sic collectas summas in vnam deinde colligere.

Probatur additio multis modis, sed maximè vsitatus est per abiectionẽ nouenarii hoc modo: Abiicias 9. ex addendis, qui supra lineam sunt, quoties abiici possunt, nullo ordine seruato, residuum extra notatum seruetur. Omnes autem notæ cuiuscunque loci, valore primi loci accipiantur, *vt in primo versu primi exempli, quarto loco ponuntur 5 quæ significant*

ficant quinque millia: in hac tamen probatione pro quinque vnitatibus accipi debent. Similiter abiectio nouenaria fiat ex summa. Si residua conuenerint rectè operatus es. *In primo exemplo ex addendis manent 8. ex summa itidem 8. Ergo bona operatio.*

Verum modus iste probandi non est apodicticus. Potest enim exemplum dari fallum, quod tamen probatio ista verum exhibeat. Illustre est apud Plautum in milite glorioso, vbi Pyrgopolinicen militem gloriosum, & Artotrogum parasitum sic loquentes introducit.

Py. Ecquid meministi? Ar. Memini, centum in Cilicia
Et quinquaginta, centum Sycolatronidæ.
Triginta Sardi sexaginta Macedones
Sunt homines quos tu occidisti vno die.
Py Quanta istæc hominum summa est? Ar. Septem millia.
Py. Tantùm esse oportet, rectè rationem tenes.
Ar. At nullos habeo scriptos sic memini tamẽ.
Py. Edepol memoria est optuma.

Hic vides quatuor numeros esse propositos 150, 100, 30, 60, qui calculo Parasiti colligunt summam 7000, quam abiectio noue-

narii ve-

narii veram eſſe monſtrat. Si tamen ſuperiorem additionis regulã adhibeas, colliges tantùm 340. Rectius ergo additio probatur per ſubtractionem, de qua mox dicam; vel potius quod Eraſmus Reinholdus monuit in Logiſtica, iterato calculus inſtituatur. Probatio enim per ſubtractionem, ſi multi addendi ſint, operoſa eſt.

CAPVT VI.

De Subtractione.

Svbtractio eſt numeratio qua numerus à numero ſubducitur, & habetur reſiduus. Antequam puer diſcat ſubtrahere, primùm exerceatur in abaco Pythagoræo, hoc eſt decem notis. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Si enim à ſiniſtra dextram verſus procedẽdo, minorem à maioribus ſubducat, habebit reſidua. Vt ſubtractis 3 à 6 manent 3 &c. Rurſus verò à dextra ſiniſtram verſus procedendo, maiores à minoribus denario, hoc eſt 10 auctis ſubtrahat: in eaque meditatione aliquot horas collocet: ingenium enim ſubdu-

ctioni

ctioni mox perficiendæ promptum efficiet: *Vt si velis subtrahere 8 a 2 nulla potest fieri subtractio: maior enim à minore subduci non potest: ergo binarium auge denario, vt fiant 12 à quibus iam 8 si subtraxeris manebunt 4.*

Sic si subtrahas 9 à 4 auctis 10 hoc est à 14 manent 5.

Hac exercitatione præmissa ad maiorem numerorum subductionem puer deducatur: hæcque inprimis consideret. Primò collocetur numerus à quo subductio fieri debet. Secundò subtrahendus. Debent autem ita collocari, vt in additione præscriptum est: hoc est prima subtrahēdi nota collocetur sub prima eius numeri à quo subtractio fieri debet: secunda sub secunda; atq; ita deinceps. Deinde linea subducatur vtrique numero.

Quo facto comparatione notarum subductionem perficiet in hunc modum. Inferior nota, vel est minor superiore, vel æqualis eidem, vel maior.

Si minor est, detrahe illam à superiore, residuum sub linea scribe.

Si inferior æqualis est superiori, quia post factam subtractionem æqualis ab æquali nihil

relin-

relinquitur, ſubſcribatur o.

Si inferior maior eſt ſuperiore, ad mutui vt vocant acceptionem confugiendum eſt. Ergo ad ſequentem notam inferiorem pone punctum. Superioremque notam à qua ſubtractio fieri non potuit auge denario, & ab aggregato ſubtrahe inferiorem: reſiduum ſub linea ſcribe. Sequens verò nota punctum annexum habens, intelligatur aucta vnitate. Si nulla ſit ſequens nota ad quam punctum poni debeat, in loco tamen vacuo punctum ponatur vnitatem deſignans.

Alii in eo caſu, quando occurrit maior ſubtrahendus à minore, ſequentem notam ſuperiorem multant vnitate, & ei notæ à qua ſubtractio fieri non potuit, addunt 10. ſed ſiue ſuperiorem vnitate minuas, ſiue inferiorem augeas, res eodem recidit.

Potes adhuc idem præceptum hac methodo commodiore forſan abſoluere: Quando inferior nota maior eſt ſuperiore, poſito ad ſequentem inferiorem puncto, vt iam dictum eſt, aufer inferiorem à 10. reſiduo ſuperiorem adiunge; aggregatum ſub linea pone.

Vel etiam hoc modo: Quando inferior

nota

nota maior est superiore, superiorem aufer ab inferiore: residuum, posito ad sequentem inferiorem puncto, subtrahe à 10 quod enim relinquetur, ponendum est sub linea. Quem modum commodiorem putabis, ad eum te assuefacias.

Exemplo præceptum clarius fiet. Famulus accepit à Domino summam florenorū 22445. Exposuit florenos 8944. Quæritur quantum adhuc pecuniæ habeat. Hic vides duos numeros esse propositos qui sic collocantur.

22445 *Numerus à quo*
8944 *subtrahendus.*

Incipio igitur à dextra sinistrā versus Subtraho 4 à 5 manet vnum. Ergo 1 pono sub linea, directè sub ijsdem numeris.

Subtraho deinde 4 à 4 nihil manet. Itaque scribo 0 sub linea.

Subtrahenda deinde sunt 9 à 4, verùm fieri non potest vt maior à minore subduci possit. Posito igitur puncto ad sequentem inferiorem notam 8, addo mente 10 ad 4. nuncque subtraho 9 à 14. manent 5, quæ scribo infra lineā.

Vel posito iam ad sequentem puncto subtraho 9 à 10 manet 1, quo addito ad 4 fiunt 5 ponenda sub linea.

Vel subtraho 4 à 9 manent 5: quæ, posito ad sequentem puncto, subtraho à 10; manent itidem 5, ponenda sub linea. Quia verò punctus additus est ad notam 8, iam propterea nouem ibi posita intelligantur. Vtque ad finem subtractio deducatur, pergo vlterius.

Subtrahenda sunt 8 cum vnitate annexa, quæ per punctum notatur: hoc est 9 (quælibet enim nota punctum annexum habens, vt supra dictum est, aucta vnitate intelligitur) à 2: sed hoc fieri non potest, pono itaque punctum in sequenti loco, qui nullam notam habet: additisq; 10 ad 2, subtraho 9 à 12, manent 3, quæ infra scribo. Vel posito iam puncto, subtraho 9 à 10, manet vnum, cum quo iuncta 2 efficient 3 sub lineam collocanda.

Vel posito iam puncto, subtraho 2 à 9, manent que 7. Hæc eadem à 10 subtracta relinquent 3, quæ sub linea ponantur.

Punctus autem in sequenti loco positus vnitatem designat, qua subtracta ex 2, manet 1, sub linea scribendum, vt vides.

2	2	4	4	5
·	8·	9	4	4
1	3	5	0	1

Iam in

Iam in isto exemplo omnis præcepti varietas declarata est, vt tamen puer exercendæ industriæ campum habeat alia adhuc proferã.

Mercator reposuit summam 900047 aureorum (liceat nobis talia exempla fingere) ex qua postea accepit 275. Quæritur residuum.

9 0 0 0 4 7
. . . 2. 7 5
8 9 9 7 7 2

Hic vides puncta sæpius in loca vacua reponenda esse. manentque 899772.

Aliud.

Si quæratur quàm pridem Academia Cracouiensis condita sit, & respondeatur e Mathia Miechouio inchoatam fuisse Casimiriæ anno 1361 *à Rege Casimiro, à Ladislao verò Iagellone sub ijsdem priuilegijs Cracouiæ* 1400 *Christi anno consummatam: Quia* Annorum ab eodem principio in eãdem partem numeratorum interualla, subtractione cognoscuntur: *ideo subtractionis inductio sic erit.*

1620	1620
13.6.1	1400
259	220

Aliud.

Si plures numeri ſint, vel ſubtrahendi, vel à quibus ſubtractio fieri debet, additione primum in vnam ſummam colligendi ſunt. *Vt, Quæſtor quidam accepit primum 849 florenos deinde 1349, poſtea 4678, tandē 49. Expoſuit prima vice 3098. ſecūda 409 Quæritur reſiduū. Hic acceptorū ſumma primo additione colligitur.* 123

849	
1349	
4678	
49	
6925	Percepta.

Deinde expenſorum ſumma

3098	
409	
3507	Expenſa

Tandem ſubtractione expenſorum à perceptis reſiduum cognoſcetur.

6925	Percepta:
3507	Expenſa.
3418	Reſiduum.

Aliud.

Huc etiam pertinet ludicrum illud quod eſt

apud Lucianum in Demonacte: Interogante enim cuiuspiam ludibrij gratia. Si mille minis ligna combussero ô Demonax, quot minæ fumo cessuræ sunt? Pondera, inquit, cinerem & reliqua omnia fumus erunt. *Hic enim pondus cineris subtractum à lignorum pondere relinquit pondus fumi. Quod ludicrum Georgius Sabinus Poeta elegans carmine expressit ad Stanislaum Rapagelanum Lithuanum:*

Quæ modò rēpta minis lauri vel odora cupressi,
 Steterunt auido ligna cremata foco:
Quæris quot cineri sparso, quot in aera fumo
 Cedant igne struem depopulante minæ?
Cura quid hæc angit te friuola? lācibus æquis
 Penduntur cineres: cætera fumus erunt.

Huc etiam referri potest illud, quod quidā ioco dicere solebat: Notarios & dispensatores malos in rebus suorum dominorum plerūque subtractionem & regulam falsi exercere: in rebus vero proprijs additionem & multiplicationem.

Examen Subtractionis fit duobus modis: Primò per additionem. Si enim subtractum addas residuo: proueniet numerus à quo facta est subtractio, si rectè subtraxisti. Secundò, per

dò.per nouenariam abiectionem. Si enim recte subtraxisti, residuum abiectionis nouenariæ ex numero à quo facta est subductio, æquale erit residuo eiusdē abiectionis ex subtracto & residuo. In serio tamen Arithmeticæ vsu, per alias scientias probationes istas rarò adhibemus, confisi regulis artis: vel si nos errasse sentimus iterato calculum instituimus, quod item necessariò faciendum est si probationes malè factam subductionem ostendant.

Appendix.

Solent nōnulli Arithmetici mox post subductionem explicatam subiungere Duplationis & Mediationis præcepta. Verùm duplatio nihil aliud est, quàm multiplicatio numeri per 2. quemadmodum Mediatio est diuisio numeri in duas partes. Vel quod idem est Duplatio est additio numeri bis positi: Mediatio verò est subtractio dimidii dati numeri ab eodem dato numero. Iamque si præcepta absque necessitate multiplicanda essent: Triplatio, Quadruplatio, aliæque infinitæ species proponerentur. Sed nulla necessitas est. Si quæ igitur compendia sunt in eo, videamus.

Potest

Poteſt duplatio fieri numero ſemel poſito, ſi quamlibet dati numeri notam imagineris veluti bis poſitam, & ſumpto initio à dextra addas ſibiipſi, duplumque ſub linea ſcribas: ac quoties numerus duabus notis ſcribendus venit dextrā figurā ſub ea quæ ſibi ipſi additur, ſiniſtram quæ ſemper vnitas eſt, in Duplatione puncto notes ſupra ſequentem, duplo eiuſdem addendam: Neque hic quicquam diuerſum erit ab additione, *vt hic vides.*

```
 . .  .  .  .
 3 5  6  7  8  9  3
 ------------------
 7 1  3  5  7  8  6   Duplum
```

Mediatio à ſiniſtra ſumpto initio perficietur, ſi cuiuſlibet notæ dimidium ſumas: ac ſi nota impar ſit numeri paris proximè inferioris dimidium pones ſub linea, pūcto ſupra dimidiatam notato, qui 10 addit ſequenti notæ dimidiandæ: *vt hic:*

```
      .  .
 4 6  7  5  8
 ------------
 2 3  3  7  9   Dimidium.
```

Hic primum ex 4 pono dimidium 2: ex 6 3: ex 7 deinde paris proximè inferioris 6, dimidium pono 3: punctumque ſupra 7 noto, qui ad-

qui addit 10 *sequenti notæ. Dimidium ex* 15 *deinde sumendum est: verum quia numerus est impar, paris proxime minoris* 14 *sumo dimidium* 7, *ponoque sub linea, puncto notato supra* 5. *dimidium ex* 18 *est* 9. Si primo loco impar sit, quia $\frac{1}{2}$ notat dimidium vnius integri, dimidium sic notabitur.

$$\frac{4\dot{6}7\dot{5}}{2337\frac{1}{2}}$$

CAPVT VII.

De Multiplicatione.

MVltiplicatio est numeratio, qua Multiplicandus toties sumitur quoties vnitas in Multiplicante cõtinetur, & habetur Multiplus; qui aliâs Factus seu Productum dicitur. Vt quãdo multiplicas 7 per quatuor, 7 toties sumis quoties vnum in quaternario cõtinetur. Multiplicationis hæc definitio apud Euclidem habetur eleméto vii. Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι ἴσαι

εἰσὶν

ἐστὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηται τίς. Multiplicare verò alias dicimus, numerū in numerum ducere. Antequam verò puer multiplicare maiores numeros assuescat, exerceat se primum in abaco alphabeti Arithmetici more Pythagoræo: memoriamq; meditatione potissimum hic exerceat, vt promptè multiplicationis productum inueniat.

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6 7. 8. 9.

Circulus (o) insignificantem notam ductus o efficit. Si enim nullum quaternarium sumas manifestum est nihil effici.

Vnitas ducta in quamuis figuram eandem facit; sic 9 semel sumpta, 9 sunt.

In reliquis notis initium fiat à quadratura, vt vocant, hoc est à multiplicatione numerorum in se, vt:

Bis	2	faciunt	4
Ter	3		9
Quater	4		16
Quinquies	5		25
Sexies	6		36
Septies	7		49

Octies	8 - - -	64
Nouies	9 - - -	81.

Deinde verò singulæ notæ in reliquas maiores ducantur hoc modo:

Bis	3	6	& ter 2 tantundem.
	4	8	& quater 2 tantundem.
	5	10	& quinquies 2 tantũdem.
	6	12	& sexies 2 tantundem.
	7	14	& septies 2 tantundem.
	8	16	& octies 2 tantundem.
	9	18	& nouies 2 tantundem.
Ter	4	12	& quater 3 tantundem.
	5	15	& quinquies 3 tantundem.
	6	18	& sexies 3 tantundem.
	7	21	& septies 3 tantundem.
	8	24	& octies 3 tantundem.
	9	27	& nouies 3 tantundem.
Quater	5	20,	& quinquies 4 tantundem.
	6	24,	& sexies 4 tantundem.
	7	28,	& septies 4 tantundem.
	8	32,	& octies 4 tantundem.
	9	36,	& nouies 4 tantundem.
Quinquies	6	30,	& sexies 5 tantundem.
	7	35,	& septies 5 tantundem.
	8	40,	& octies 5 tantundem.
	9	45,	& nouies 5 tantundem.

Sexies	7	42,	& ſepties 6 tantundem.
	8	48,	& octies 6 tantundem.
	9	54,	& nouies 6 tantundem.
Septies	8	56,	& octies 7 tantundem.
	9	63,	& nouies 7 tantundem.
Octies	9	72,	& nouies 8 tantundem.

Deinceps figuræ permiſceantur inter ſe vtcunque, ad explorandum pueri ingenium. Neque ſolœciſmus putetur maiorem figuram aduerbio efferre. Tam enim ſexies 9 quam nouies 6 licet ſumere: cùm eadem ſit via Athenis Thebas, quæ Thebis Athenas: niſi quod numeratio facilior ſit, cùm minor aduerbio effertur maior nomine. Atque in hac meditatione puer, præſcripto tantùm in tabula alphabeto, aliquantulum inſiſtat: tardiorisq. ingenii exiſtimetur, qui præmiſſa meditatione paucula hæc non mox comprehendat memoria. Memoriter autem velle ediſcere abſque meditatione, inepti prorſus eſt. Illud enim ex Schola ſapientum etiam hic veriſsimum eſt: Μελέτη πάντα δύναται

Meditatio omnia poteſt.

Quod

Quod ſi quis tardior ſit ad memoriter ediſcendum, is vtatur hac tabula, quam cõmuniter menſam Pythagoræ vocant: in qua ſeriem numerorũ deorſum deſcendentium columnam dicimus: numerorum autem ad dextram progredientium lineam vocamus, quod ſemel monuiſſe ſatis ſit. Vt prima linea eſt ab A ad B. ſecunda à 2 ſub A, ad 18 ſub B. &c. Prima columna eſt ab A ad C: ſecunda à 2 inter A & B, ad 18 inter C & D.

Vſus eius is eſt. Cùm duo numeri ex alphabeto Arithmetico multiplicandi proponuntur, quæratur vnus in linea prima, alter in columna prima: concurſus enim ſeu angulus communis oſtendet multiplicationis productum.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
C	9	18	27	36	45	54	63	72	81	D

Exemplum. Multiplicanda sunt 7 per 6. Accipio in prima linea 6, in prima columna 7, angulus communis dat 42 productum. Idemque proueniet si 7 in prima linea, 6 in prima columna sumantur. Componitur autẽ hæc tabula additione continua superiorũ: *et si nonam columnam velis describere, adde 9 sibi, fiunt 18. deinde nouem ad 18, fiunt 27. deinde 9 ad 27, fiunt 36: & sic deinceps.* Possetque hac arte quantum libet extendi ad numeros denario maiores.

Alii ne bis eundem numerum in area tabulæ ponant, eandem mensam figura triangula proponunt sic:

	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	18	16	14	12	10	8	6	4	
3	27	24	21	18	15	12	9		
4	36	32	28	24	20	16			
5	45	40	35	30	25				
6	54	48	42	36					
7	63	56	49						
8	72	64							
9	81								

Quadrati numeri.

Vsus eius talis: Cùm duo numeri ex alphabeto multiplicandi proponuntur, in prima linea

ma linea maiorem quæras, in prima columna minorem: angulus enim communis monstrabit productum.

Sed regula quoque pro maioribus ex alphabeto Arithmetico numeris inuicem multiplicandis proponitur eiusmodi.

Cùm duo numeri singuli quidem minores, coniuncti verò maiores denario (10) multiplicandi sunt: scribe vnum supra alterum: distantiam verò à 10 singulis oppone ad latus: quibus subduc lineam: Multiplica deinde distantias, & productum scribe infra lineam primò loco: quod si duabus notis scribēdum sit, dextram figuram pone primo loco, sinistram serua Tandem inferioris numeri distantiam à numero superiore: aut superioris distātiam ab inferiore per transuersum subtrahe, residuum decades significabit secundo loco ponendas, addita etiam, si quam seruasti.

Exempli gratia: Multiplicanda sunt 8 per 7 pono sic:

Subducta q; linea multiplico primum distātias. Bis 3 faciunt 6, quæ scribo infra lineā

8	2	*Distātiæ.*
7	3	
5	6	

sub distantijs. Deinde per transuersum subtrabo

trabo

traho 3 ab 8. vel 2 à 7 (nihil enim interest) manent 5. quæ pono sub ipsis numeris in secundo loco, veluti decades. Dico igitur 8 septies sumpta efficere 56.

Sed hæc eadem indagare nulla ratio commodior est quam per manuum digitos, præsertim in numeris alphabeti quinario (·) maioribus; quamuis ad alios quoque idem modus extendi posit. Prius autem dices numeros in digitis manuum collocare. Collocatio fiet in hunc modum. Sint collocanda 7. Numera percurrendo digitos, donec ad septê venias, sic: Erectis quinq; digitis, da pollici vnum, indici duo, medio 3, annulari 4, auriculari 5 (& hactenus omnes rectos digitos tenuisti, deinceps vero cuicunq; tribues numerum, eundem deprimes ad uolam manus) eidem ergo auriculari depresso tribue 6, annulari depresso 7. Dicò in manu sic disposita, vt tres digiti, pollex, index, medius, erecti sint: duo vero, nimirum auricularis & annularis ad volam depressi: septem



esse

esse collocata: Tres vero digiti erecti indicant distantiam septenarii à 10. Atque eodem modo reliquos numeros collocabis. Numeros igitur digitis erectis designatos distantias vocemus: eos vero qui ad volam depressi sunt, decades: vt toties 10 intelligãtur, quot digiti sunt depressi.

Quotiescunq; igitur duo numeri multiplicandi proponuntur, vnum in dextra, alterum in sinistra manu collocabis. Sume igitur distantias, vnius quidem digiti aduerbio, alterius nomine (aduerbialiter, nominaliter in scholis dicitur, vocibus non admodum latinis) easque multiplica: productum ex his numerum adde decadibus designatis per digitos depressos: Summa namque ostendet numerum productum ex multiplicatione datorum numerorum.

Sint multiplicandi numeri 8 & 6.

Pono in dextra 8, in sinistra 6, vt hic vides: iamque in dextra duo digiti erecti sunt: in sinistra quatuor: qui, vt præscriptum est, denotant distantias. Sumo igitur bis 4, fiunt 8: Quia verò in vtraque manu sunt digiti quatuor depressi, quibus decades designari diximus, ideo su-



ideo sumo quatuor decades, id est 40, quibus addo illa 8 quæ prouenerãt ex distantiarũ multiplicatione, fiuntque 48, Dico tantum prouenire, cum 8 sexies, vel 6 octies sumuntur.

Iamque vt olim Diogenes conspecto puero qui manu aquam hauriebat, abiecit cyathum velut superfluum onus: sic nunc pueri postquam didicerint in manibus esse tabulam Pithagoræ, abiicient illas mensas, quæ ad memoriæ subsidium aliàs proponuntur: vel iis tantisper vtentur, donec vsu confirmati in numeratione fuerint. Hæc vberiùs perscripta sunt, quod multum faciant ad expeditam in multiplicatione praxim. ad quam explicandam, iam accedamus.

Quotiescunque igitur duo numeri multiplicandi proponuntur:

1. Primo pone multiplicandum superiùs, multiplicantem infra, eodem modo vt in additione factum:

2. Deinde subduc lineam infra quam spatium vocetur Area multipli, vt vides:

365	Multiplicandus	365
8	Multiplicans	24

Area multipli.

3. Postea multiplicandum duc in omnes notas multiplicandi, incipiendo à dextra sinistrâ versus, seruatis hisce quæ subiunguntur.

Constat multiplicans vel vnâ notâ, vel pluribus: Si vnâ notâ constat, eâ ductâ per omnes multiplicandi notas, productoque in area multipli scripto directè sub iis multiplicandi notis, in quas multiplicans ducitur; multiplum producetur. Neque vlteriùs operatio producenda. Si verò constat pluribus notis, ducatur primò prima multiplicantis figura in omnes multiplicandi, productumque scribatur in area multipli: deinde secunda multiplicantis ducatur in easdem omnes multiplicandi, productique primam no-

mam notam ſub ſecunda multiplicantis conſtitue: rurſusque tertiam, & reliquas, in omnes multiplicandi figuras ducito productorum numerorum primâ notâ ſub ſuis multiplicantibus conſtitutâ: vt ordines numerorum decuſſatim ſeu obliquè ponantur. Si ex multiplicatione notarum proueniet numerus duabus notis ſcribendus, dextram notam ſcribe ſub linea in area multipli, ſiniſtram ſerua addendam ſequenti producto. Seruare autem potes in articulis digitorum, ne aream multipli polluas.

Si intermedio multiplicantis loco circulus fuerit, omittendus eſt, & per ſequentem notam multiplicatio facienda. productique prima nota exactè ſub ſuo multiplicante, collocanda, reliquis ordine ſequentibus.

4. Tandem omnibus numerorum ordinibus decuſſatim diſpoſitis, linea ſubducatur: Summa enim per additionem eorum ordinum, qui intra lineas deſcripti ſunt collecta, monſtrabit productum multiplicationis ſeu multiplum.

Exemplum primum.

Dies anni communis ſunt 365, ſi diebus ſin-

gulis puer vocum 8 significationes ex Lexico vel Dictionario vt vocant ediscat, (ediscere autem paruo negotio potest,) quæritur quanta erit vocum totius anni summa. Pono sic

3 6 5	Multiplicandus
8	Multiplicans
2 9 2 0	Multiplum

Duco primum 8 in 5: 5 octies sumpta faciunt 40, itaq; 0 scribo sub 5: & pro sequenti seruo 4. (posito pollice in extremitatem indicis hoc est quartum indicis articulum: habeatur autem radix indicis interior pro articulo primo, radix vero exterior pro septimo.) Postea duco 8 in 6. 8 sexies sumpta faciunt 48, quæ addita 4 prius seruatis efficiunt 52; itaq; directe sub 6 pono 2, videlicet dextram notam, sinistram vero 5 seruo pro sequenti applicato pollice quinto indicis articulo. Deinde sumo ter 8, fiunt 24, cum 5 prius seruatis fiunt 29 quæ scribo in area multipli, nihil seruando, quia nulla superest multiplicandi nota quæ multiplicari debeat.

Producitur ergo numerus 2920 vocum, quas puer ne per aliquã ætatem in euoluẽdis authoribus Calepini aut aliorũ Lexicographorũ manci-

mancipiū sit, vnius anni spatio ediscere posset.

Aliud exemplum.

Anni communis dies sunt 365. singulorum dierum horæ 24. Si quæratur totius anni quot sint horæ, pone sic:

3 6 5	Multiplicandus
2 4	Multiplicans
1 4 6 0	Multipli area
7 3 0	
8 7 6 0	Multiplum

In multiplicante istius exempli duæ sunt figuræ: prima 4 primùm ducatur in omnes multiplicandi, hoc est in 5, in 6, in 3. sic: quater 5 faciunt 20: cyphram scribo sub linea, 2 seruo prosequenti. Deinde quater sex faciunt 24, cum illis 2 prius seruatis 26; scribo 6 sub linea, in sequenti loco: prosequēti 2 seruo. Deinde sumo quater 3, faciuntq; 12, cum illis 2 seruatis, erunt 14. quæ iam scribo sub linea nihil seruādo. Iamq; primus ordo perfectus est.

Accipe deinde 2 secundam notam multiplicātis, eamq; duc in omnes multiplicandi, in 5, in 6, in 3, sic: Bis 5 sumpta, faciunt 10: pono 0 sub multiplicantis nota 2: & 1 seruo prosequen-

ti. Cur hic incipiat productum scribi, causam facilè intelliges, si concipias non tam per 2 quam per 20 multiplicationē institui: 2 enim in secundo loco posita duos denarios significant. Sed cyphra licet expressa non sit intelligitur tamen esse posita. *Postea sumo bis 6, fiunt 12 cum vnitate seruata 13: scribo in sequenti loco 3, vnitate seruata. Tandem sumo bis 3 fiunt 6 quibus addo 1 & fiunt 7 secundo loco ponenda. Estq; secundus ordo perfectus, cui subduco lineam, & additione colligo summam 8 7 6 0. Atq; tot sunt totius anni horæ quarum magnam partem absumit somnus, maiorem ocium, maximam superfluæ occupationes: vt exigua iam pars supersit, studiis necessariis tribuenda.* Hoc exemplum puer sæpius meditetur, illudq; simul quod Theophrastus semper in ore habuit. Sumptum preciosissimum esse tempus.

Aliud exemplum.

Si milites sint 6 7 4 5, singulis vero tribuendi sint numini 4 0 7 5, quæritur nummorum distribuendorū summa. Facta secundum regulis præscriptas operatione, colliges 27, 4 8 5 8 7 5. 6 7 4 5

```
      6745
      4075
----------
     33725
    47215
  269800
----------
  27485875
```

Aliud exemplum.

Pater quidam vt frugalitatem filiis cōmendaret dicebat, Dominos nonnullos pro inutili famulo anni spacio tantum frustra expendere, quantum in vnius diei prandium pro 365 conuiuis, si non cum aliquo fructu, saltem magna cum laude expenderent. Si quis sex famulos inutiles foueat (fouent autem nonnulli in Polonia multo plures,) quaritur quot personis conuiuium eâ impensâ vno die poßint apponere: Facta multiplicatione colliges 2190 homines qui profecto iustus esset exercitus.

```
  365
    6
-----
 2190
```

Aliud.

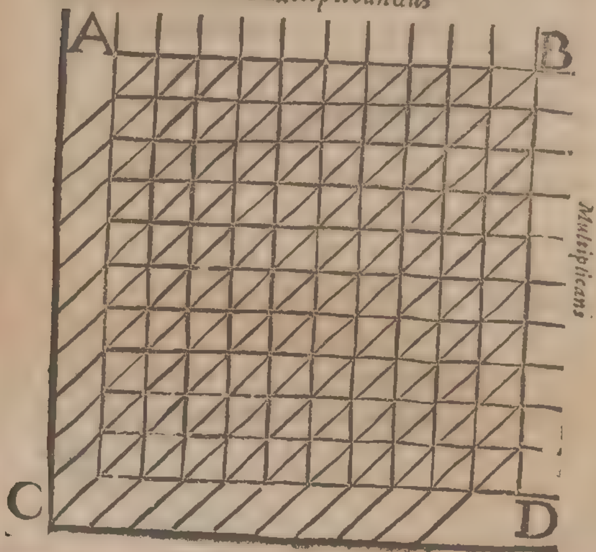
Marcæ Polonicæ singulæ continent 48 grossos. Si proponantur 562 marcæ, quaritur

quot grossos contineant. Facta inductione colliges 26976.

562
48
4496
2248
26976

Alia multiplicandi formula.

Quia molestũ est sæpe illud *seruo pro sequẽti* ideo cõuenientissimus est multiplicãdi modus in abaco lineis distincto, cuius forma talis est.



In hoc abaco lineæ parallelæ perpendiculariter ſe interſecantes ſpacium tabulæ in quadratas areolas diſtinguunt. Aliæ vero lineæ parallelæ diagonales, easdem quadratas areolas in duo triangula dirimunt, quorum vnum vocetur dextrum, vel inferius: alterum ſiniſtrum vel ſuperius.

Latera abaci ſuis nominibus notentur A B ſuperum, B D dextrum, C D inferum, A C ſiniſtrum.

Lineæ procurrentes in latus ſuperum excipient multiplicandum ſumpto initio à B.

Lineæ procurrentes in latus dextrum excipient multiplicantem, ita vt eius vltima nota ſit ad B: reliquæ antecedentes verſus D.

Lineæ diagonales procurrentes in latus inferum & ſiniſtrum, excipient multiplum hoc eſt productum multiplicationis: ordo vero notarum procedit à D verſus C ac inde ad A

Cum igitur duo numeri multiplicādi proponuntur, multiplicandum ſcribe in latere ſupero, ita vt prima nota multiplicandi ponatur ad B: reliquæ ſequentes in ſequētibus ſpatiis verſus A: Multiplicantem vero in latere dextro, vltimamq; ipſius notam ſub B reli-

quas antecedentes versus B Potest etiã prima nota collocari ad D reliquæ sequentes versus B. Hacq; iam dispositione facta duc vltimam multiplicantis in omnes multiplicandi figuras, productumq; scribe in angulo communi vtriusq; figuræ hac ratione. Productum vel vna nota scribitur, vel duabus; si vnâ eandem scribe in anguli communis quadratæ areolæ triangulo dextro.

Si vero productum sit duarum figurarum, dextram pone in dextro triangulo, sinistram quæ decades continet in sinistro. Postea reliquas multiplicantis notas duces in multiplicandum. Si multiplicans vel multiplicandus contineat o ducendam in aliam notam in angulo communi o scribetur vel etiam omitti potest, præterquam dum in fine ponitur.

Nulla vero hic opus est decussatione omnia producta in angulis cõmunibus collocãda sũt absq; illius *seruo pro sequenti* repetitione.

Facta autem omnium multiplicantis notarum combinatione cum multiplicando, numeros quicunq; sunt inter diagonales colliges sumpto initio à dextra sinistram versus, productumq; scribes in latere infero vel sinistro, in-

ſtro, inter easdem diagonales quarum ſpacii numeros collegiſti. Quod ſi ex collectione duæ proueniant notæ, ſiniſtram ad ſequens diagonalium ſpacium reiicies, dextra collocata ſuo loco. Sed exẽplo res fiet manifeſtior.

Sint multiplicãda 3 5 6 7 8 4 per 4 7 0 1 9 6 pono ſic; & multiplico ſecundum normam præſcriptam.

	A					3	5	6	7	8	4	B
						1/2	2/0	2/4	2/8	3/2	1/6	4
						2/1	3/5	4/2	4/9	5/6	2/8	7
												0
						3	5	6	7	8	4	1
						2/7	4/5	5/4	6/3	7/2	3/6	9
	1					1/8	3/0	3/6	4/2	4/8	2/4	6
	6											
1	7											
2	7											
3	5											
4	8											
	C	4	0	9	6	6	4					D

3 2 1 1

Facta multiplicatione, ſcriptiſque numeris productis in ſuis areolis, colligo numeros comprehenſos in ſpatiis diagonalium, ſumpto initio à dextra.

In primo diagonalium ſpatio vnica nota eſt 4, itaque in latere infero pono 4 inter eaſdem diagonales.

In altero ſunt 6, 2, 8, quæ colligũt 16; ſcribo igitur dextram notam 6 inter eaſdem diagonales, ſiniſtra nota 1 ad ſequens ſpatiũ reiecta.

Poſſunt verò notæ reiectæ vel ſtatim addi ſupremæ ſequentis ſpatii notæ, vel in margine ſcribi, vt deinceps aggregato addantur.

In tertio ſunt 4, 3, 2, 4, 2, quæ cum 1 reiecta à præcedenti ſpatio colligunt 16: ſcriboque 6 inter eaſdem diagonales in latere infero, ſiniſtra 1 nota ad ſequens ſpatium reiecta.

In quarto ſunt 8, 7, 3, 4, 6 quæ cum 1 prius ſeruata colligunt 29, ſcribo igitur 9 in latere infero, ſiniſtra nota 2 ad ſequens ſpatiũ reiecta.

In quinto ſunt 8, 7, 6, 4, 3, 0 quæ cum 2 ſeruatis, colligunt 30: ſcribo igitur 0 in latere infero, ſiniſtra nota 3 ad ſequens reiecta.

In ſexto ſunt, 6, 2, 6, 6, 5, 5, 3, 8, quæ cum 3 ſeruatis, conſtituunt 44. ſcribo 4 in latere infero,

fero, sinistra nota 4 ad sequens spatium reiecta.

In septimo sunt, 1, 2, 5, 9, 5, 4, 7, 1, quæ cum 4 seruatis, colligunt 38. scribo igitur inter easdem diagonales 8 in latere sinistro, sinistramque notam 3 ad sequens spatium reijcio.

In octauo sunt, 3, 8, 4, 2, 3, 2, quæ cum 3 seruatis, constituunt 25, scriboque 5, sinistra 2 sequenti spacio addita.

In nono sunt 2, 4, 4, 5, quæ cum 2 ab antecedente spatio reiectis faciunt 17, scriboque 7, sinistra 1 ad sequens spacium reiecta.

Sic in decimo colliges 7.

In vndecimo 6.

In duodecimo vltimo 1.

Productus igitur ex multiplicatione numerus in sinistro ac infero latere continebitur duodecim notis sic: 167, 758, 409, 664.

Possunt verò numeri 10 figurarum inuicem multiplicari, si latera abaci in decem partes diuisa sint. Pro amplioribus numeris maior abacus constituendus. Neque vero putes pro singulis exemplis abacum cōstruendum esse. Semel constructus infinitis exemplis sufficiet, si in tabula lignea nigra perdendiculares flauo, diagonales rubro colore depingas. Imo

in pu-

in pugillaribus lapideis, quales passim venduntur, similis tabella quatuor aut quinq; diuisionum in singulis lateribus expressa, magnam afferet numerantibus commoditatem. In vulgari enim illo multiplicandi modo simul addimus multiplicamus, memoriæ etiam excrescentes notas reseruamus: at hic singula hæc seiuncta sunt, vt maximæ multiplicationes sine molestia absoluantur.

Alia multiplicandi ratio.

Potest verò numerorum præsertim maiorum multiplicatio alia ratione per solam additionem fieri, tabula primum ex multiplicãdo proposito confecta. Conficietur autẽ hoc modo Pone multiplicandum: è regione multiplicandi vnitatem indicem: & habes versum primum.

Pro versu secundo, adde multiplicãdum sibi ipsi, è regione aggregati pone 2 indicem.

Pro versu tertio adde versum secundũ primo: è regione aggregati pone 3 indicem, qui indicat in numero sibi annexo multiplicandum contineri ter. Et sic deinceps perges continuando additionem sine interiectis lineolis, vsque ad versum nonum. *Exem-*

Exemplum habes. Sit multiplicandus numerus 3795473 *per* 457892. *Tabulam ex multiplicando conficio, vt vides.*

0	3	7	9	5	4	7	3	1
0	7	5	9	0	9	4	6	2
1	1	3	8	6	4	1	9	3
1	5	1	8	1	8	9	2	4
1	8	9	7	7	3	6	5	5
2	2	7	7	2	8	3	8	6
2	6	5	6	8	3	1	1	7
3	0	3	6	3	7	8	4	8
3	4	1	5	9	2	5	7	9
3	7	9	5	4	7	3	0	

Additio verò facilè fiet ſemel præſcripto numero multiplicando, in quacunque charta vel tabula. Vt verò deinceps multiplicatio facilior ſit, omnes verſus æquali numero notarum conſtent vel per ſe, vel per præpoſitionem cyphræ, *vt hic factum vides in primo & ſecundo verſu*: cyphra enim præpoſita non auget numerum.

An verò rectè tabula confecta ſit, experieris facilè. Si enim nono verſui primum addas, proueniatque primus auctus 0, rectè operatus es.

tus es. Decuplum enim primi prodiit: Vel ſic. Primum multiplica per 3, prodibit verſus tertius: tertiumque rurſus per 3 multiplica, & producetur verſus nonus: qui ſi cum collecto per additionem conuenit, rectè operatus es.

Tabulam verò ſic cõfectam alii, inter quos eſt Pitiſcus, probant mox abiectione nouenaria per ſingulos verſus: addendo notas à ſiniſtra dextram verſus, ſumptas ſignificatione primi loci: atque abiectis 9 ex aggregato: reſiduum notando ſupra, ſequenti notæ adiiciendum, donec ad extremam notam perueniatur. *Vt ſi abiectio nouenaria facienda ſit ex primo verſu: Exemplum ſic erit.*

0 3 1 1 6 1 8 2
0 3 7 9 5 4 7 3

Ex 0 nouem abijci non poſſunt, itaque 0 ſupra ſcribo. Deinde 0 ad ſequentem notam 3, addo, fiunt 3 quæ etiam ſupra ſcribo. Poſtea addo ſupra ſcripta 3 ad 7, fiuntque 10. verùm hinc abiectis 9, manet 1 quod ſupra ſcribo. Poſtea 1 ad 9, fiunt 10: inde abiectis 9 manet 1. Atq; ſic deinceps procedendum, donec ad extremam notam 2 perueniamus. Hæcq; nota 2 eſt pro reſiduo abiectionis nouenariæ ex primo ver-

mo versu. Itaque exemplum tabulæ cum probationibus nouenarijs, sic erit.

0	3	1	1	6	1	8	2	1
0	3	7	9	5	4	7	3	
0	7	3	3	3	3	7	4	2
0	7	5	9	0	9	4	6	
1	2	5	4	1	5	6	6	3
1	1	3	8	6	4	1	9	
1	6	7	6	7	6	6	8	4
1	5	1	8	1	8	9	2	
1	0	0	7	5	8	5	1	5
1	8	9	7	7	3	6	5	
2	4	2	0	2	1	4	3	6
2	2	7	7	2	8	3	8	
2	8	4	1	0	3	4	5	7
2	6	5	6	8	3	1	1	
3	3	6	3	6	4	3	7	8
3	0	3	6	3	7	8	4	
3	7	8	4	4	6	2	0	9
3	4	1	5	9	2	5	7	

Hic vides primi versus residuũ esse 2. Quia verò secundus versus duplus est primi, ideo secundum residuum 4 duplum quoque est primi residui 2. Atque sic deinceps abijciendo etiam 9. Potes adhuc experiri num rectè abiectiones sint factæ: Multiplica primum residuum per versus numerum, atque à producto abiice nouem: manere namq; debet dati versus residuum. vt, *Volo probare quodnam sit residuum versus octaui. Primi versus residuum est 2, quod multiplico in 8, fiunt 16, hinc verò abiectis 9 manent septem pro residuo versus octaui.* Sic confectas atque examinatas plures tabulas reperiet studiosus in Thesauri Mathematici appendice.

Sic iam confecta ex multiplicando tabula, pone multiplicantem, suis figuris expressum, eique subduc lineam. Sumptaque vltima multiplicantis nota, quære eam inter indices tabulæ, nam è regione indicis habebis numerum sub linea collocandum: eritque primus ordo. sume deinde notam multiplicantis penultimam, atque eam quære inter indices tabulæ, numerumque è regione indicis inuentum, pone sub linea atque sub primo ordine, ita vt vl-

ita vt vltima huius numeri collocetur ſub penultima primi ordinis. Sicq́ue cum omnibus notis multiplicãtis facies, ordines verò decuſſatim diſpoſitos colliges per additionem, vt productum multiplicationis habeas. *Exemplum habes. Pono multiplicantem, & per ſingulas eius notas, velut indices, accipio numeros ex tabula, vt præceptum docet.*

4 5 7 8 9 2 Multiplicans.

4	1	5	1	8	1	8	9	2					
5		1	8	9	7	7	3	6	5				
7			2	0	5	6	8	3	1	1			
8				3	0	3	6	3	7	8	4		
9					3	4	1	5	9	2	5	7	
2						0	7	5	9	0	9	4	6
	1	7	3	7	9	1	6	7	2	2	9	1	6

Poſſunt verò notæ multiplicantes ad latus poni, vt ſciatur quæ abſolutæ ſint vel non. Si inter medio multiplicantis loco cyphra ſit, poſito ordine quem indicat nota ſequens cyphram, ordo notæ cyphram præcedentis ita collocandus eſt, vt vltima huius collocetur ſub antepenultima antecedentis ordinis; *Vt ſi idem numerus, ex quo tabula confecta eſt multiplican-*

tiplicandus sit per 57042, exemplum sic erit.

	5 7 0 4 2
5	1 8 9 7 7 3 6 5
7	2 6 5 6 8 3 1 1
04	1 5 1 8 1 8 9 2
2	0 7 5 9 0 9 4 6
	2 1 6 5 0 1 3 7 0 8 6 6

Causam facilè concipies, si idē exemplum ponas sic, vt infra: in memoriamq́ue reuoces circulum siue cyphram o in significantes notas ductam nihil efficere.

	5 7 0 4 2
5	1 8 9 7 7 3 6 5
7	2 6 5 6 8 3 1 1
0	0 0 0 0 0 0 0 0
4	1 5 1 8 1 8 9 2
2	0 7 5 9 0 9 4 6
	2 1 6 5 0 1 3 7 0 8 6 6

Iamq́ue si duæ aut plures cyphræ intermedio multiplicantis loco sint, hinc facile colliges, quomodo numeri ex tabula sumpti collocandi sint.

Neminem verò tam ineptum fore existimo

qui per-

qui percepta multiplicationis definitione putet tabulam hanc omnibus sufficere multiplicationibus. Pro quolibet multiplicando construenda est, idq; in magnis numeris. Magna verò commoditas est constructa sic ex multiplicãdo tabula omnem multiplicationis molestiam euitare.

Quis enim non citius additionem, quam multiplicationem perficiat? Commoditaté hanc percipient illi, qui in canone Mathematico vastos numeros multiplicabunt. Talis multiplicationis exemplum proposuit Bartholomæus Pitiscus in Thesauro Mathematico Georgii Ioachimi Rhetici.

Ne vero quicquam quod ad multiplicationis intelligentiam pertineat omittatur adiungeimus è Cardano quædam, de multiplicatione numerorum memoriter. Is igitur cap: 39 sic scribit,

Sunt quidam qui volunt multiplicare numeros memoriter, & constat hoc tribus regulis.

Prima: Cùm duxeris terminum medium inter duos numeros in se, differentiam in se, & deduxeris eam à producto primo, fiet multi-

plicatio numerorum ex quinta ſecundi elementorum Euclidis: *Veluti volo ducere 27 in 33: iungo fiunt 60: medium 30 ductum in ſe facit 900. differentia à 27 eſt 3, in ſe ducta facit 9 deduco 9 ex 900. fit 891 multiplicatio 27 in 33.*

Secunda. Cum duxeris numerum in partem & partem, fiet aggregatum æquale ductui totius in totum: *Veluti volo ducere 27 in 63, duco 27 in 60 fit 1620: deinde in 3 fit 81: addo 81 ad 1620 fiunt 1701 productũ ex 27 in 63,* Deducitur ex tertia ſecundi Euclidis. Verum hæc regula nihil diuerſum præſcribit à multiplicationis præcepto. Nam & ibi ſingulæ multiplicantis partes in totum multiplicandum ducuntur, indeq; illa ordinum decuſſatio.

Tertia. Cum duxeris totum in totum, & diminutum indiminutum, & aggregaueris: deinde dempſeris: quod prouenit ex diminutis in addita per crucem, habebis productum: *veluti 37 in 49. Totum de 37 eſt 40* (abutitur Cardanus nomine totius) *de 49 eſt 50. duco 40 in 50, fiunt 2000. Diminutum de 37 ad 40, eſt 3 de 49 ad 50 eſt* 1. *duc inuicem fiunt 3, addo ad 2000 fiunt 2003. Duco* 1 *in*

40 *& fi-*

40 & fiunt 40, & 3 diminutum vnius in 50 additum alterius, fiunt 150, *addo* 40 *fiunt* 190, *detraho ex* 2003 *remanet* 1813. Et similiter cum duxeris totum in totum, & detractum, remanebit residuum pro multiplicatione. *Volo ducere* 35 *in* 79, *duco* 35 *in* 80 *fiunt* 2800, *duco* 35 *in* 1, *quo defecit* 79 *ab* 80 *fit* 35. *Detraho ex* 2800 *fiunt* 2765 *pro producto*. Liquet autem producta denariorum in denarios esse centenariorum numerorum *vt* 30 *in* 70 *funt* 21 *centenaria hoc est* 2100: & centenorũ in centena productum est numerus myriadum *vt* 700 *in* 800 *fiunt* 56 *myriades, videlicet* 56,0000. Et ex numero in denarios producitur numerus denariorum *veluti* 17 *in* 70 *faciunt* 119 *denarios, videlicet* 1190. Et numerus in centena producit eodem modo numerum centenorum *veluti* 17 *in* 500 *producunt* 85 *centena hoc est* 8500. Et denarii in centena producunt milliaria. *velut* 70 *in* 800 *producunt* 56 *quæ sunt milliaria, videlicet* 56000. Vltra autẽ myriades memoriter laborare, laboriosum inutile & periculosũ est. Eadem tamen ratione in infinitum procedimus. Hæc Cardanus.

Compendia multiplicationis.

Si multiplicandus ſit aliquis numerus, per vnitatem auctam vna vel pluribus cyphris, eidem numero adſcribe tot cyphras, quot habet multiplicans vt hic

6954	
1	000
6954000	

Si deinde aliquis numerus multiplicandus ſit per numerum, qui in primis locis cyphras aliquot habeat, multiplicatio facienda eſt ſeiunctis cyphris, & facto numero adiungendæ tot quot ſunt ſeiunctæ: vt

3567	
24	000
14268	
7134	
85608 000	

Si vterq; numerus, Multiplicandus nimirũ & Multiplicans cyphras in primis locis habeant, ab vtroq; ſeiungendæ ſunt: & facta multiplicatione producto tot cyphræ adiungantur, quot ab vtroq; ſeiunctæ ſunt: vt hic

3045 | 00
502 | 000

6090
15225

152859000000

Si numerus aliquis multiplicandus sit per 5 is vel est par vel impar.

Si par sit dimidium ipsius sume ea ratione quæ præscripta est in appendice de mediatione: atq; dimidio adiice cyphram, & habes multiplicationis productum: vt hic *sint multiplicanda 63578 per quinq; pono secundum regulam sic:*

63578

31789 0

Dico numerum 31789 0 *quintuplum esse huius* 63578.

Si vero impar sit dimidium tamen paris proximè inferioris sume, atq; dimidio adscribe notam 5: *vt si multiplicanda sint* 63579 *per* 5, *pono sic*

63579

317895

Dico numerum 317895 *quintuplum esse huius*

ius 63579. poteſt puer probare multiplicãdo.

Cauſam huius compendii intelliget facile, ſi cõcipiat per adſcriptioné o, cuiuſlibet numeri decuplũ fieri: vt 365 decuplum eſt 3650. dimidiũ vero decupli neceſſario quintuplũ eſt. *Sed adhuc propter pueros è Schcubelio exempla proponamus.*

Multiplicentur 456 per	2		912
	3		1368
	4		1824
	5		2280
	6	fiunt	2736
	7		3192
	8		3648
	9		4104

Adhuc.

Multiplicentur 7089 per	10		70890
	11		77979
	12		85068
	23		163047
	34	fiunt	241026
	45		319005
	67		474963
	78		552942
	89		630921

Adhuc

Adbuc alia exempla.

Multiplicentur 97531 per	123	fiunt	11996313
	234		22822254
	345		33648195
	456		44474136
	567		55300077
	678		66126018
	789		76951959
	891		86900121
	912		88948272

Examen Multiplicationis

Probatur multiplicatio per nouenariā abiectionem sic: Abiice 9 ex multiplicando, residuum serua. Rursus abiice ex multiplicante, & residuum hoc duc in residuum multiplicādi: à producto numero abiice 9 quoties abiici possunt. Nam residuo huic æquabitur residuum abiectionis nouenariæ ex producto. *Vt si multiplicentur* 97531 *per* 345, *fiunt* 33648195.. *Examinabis verò sic:*

post abiectionem nouenariam ex multiplicando 97531 *supersunt* 7: *ex multiplicāte supersunt* 3. *Multiplico residua inuicem: ter* 7 *sunt*

ſunt 21, vnde rurſus nouem abiecta per additionem notarum 2 & 1 relinquũt 3. Quia igitur ex producto 33648195 poſt abiectionem nouenarij ſuperſunt 3, ideo recte multiplicatio confecta eſt. Sed modus iſte probãdi propter cauſam ſuperiùs ſcriptam, non eſt apodicticus. Vtiliter tamen adhibetur. Certiſsima probandi ratio eſt per diuiſionem. Si enim productum multiplicationis diuidas per multiplicantẽ, Multiplicandus prodibit. Vel ſi idem multiplicationis productum diuidas per Multiplicandum, Multiplicans prodibit.

CAPVT VIII.

De Diuiſione.

Diuiſio eſt numeratio, qua numerus à numero ſubducitur quoties fieri poteſt, vt habeatur quotus, qui alias Quotiens vel Quotumus dicitur. Dantur verò in diuiſione Diuidendus, & Diuiſor, vt proueniat Quotumus, qui toties vnitatem contineat, quoties Diuidendus continet Diuiſorem.

Ad diuiſionem verò commodius perficiendam

dam ſingulari opus eſt meditatione, ad inueniendum quotum. Ea verò commode fiet per comparationem factorum, cum numeris alphabeti Arithmetici, à quibus fiunt; in hunc modum. *Si ter 3 faciunt 9, Ergo 3 in 9 continentur ter.*

Si ſexies 7 faciunt 42: ergo, 6 in 42 ſepties & 7 in 42 ſexies continentur.

In hac igitur meditatione puer aliquantulum immoretur, præſcripta ſi tardior ſit ea Pythagoræ menſa quam ſuperiori capite propoſuimus.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

In prima igitur linea ſume notam diuidentem, atq; omnes numeros infra eam poſitos in eadem columna confer cum ea ipſa nota, quotumos enim in prima columna reperies.

Vt si 3 sumas in prima linea, comparesq́ illa cum suæ columnæ numeris, primo cum 6, reperies in prima columna 2 quotumum: deinde cum reliquis sic, 3 in 9 ter, 3 in 12 quater, 3 in 15 quinquies, 3 in 18 sexies &c. Sic si 9 nota diuidens sit, sumes eam in prima linea: 9 enim in 18 bis, in 27 ter, in 36 quater &c. continebuntur.

Quod si numerus diuidendus non reperiatur in columna diuisoris, proxime minor erit assumendus, *vt si 9 sumenda sint in 57: quia 57 nō reperiuntur in columna nouenarii, ideo 54 sumentur & in prima columna reperiemus quotientem 6, supersunt vero 3.* Sed hæc infra melius considerabuntur.

Ad eam forte meditationem olim Erathostenis cribrum seruiebat, cuius meditatio talis est.

Præscribatur series naturalis numerorum continua vnitatis differentia progredientium quousq; placet, vt hic ad 100.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43 44. 45. 46. 47 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

Si enim

Si enim à quocunq, numero numeres tot loca quot ipse vnitates continet, ad primam numerationem reperies duplum eius numeri à quo exclusiue numerasti: ad secundam triplum, ad certiam quadruplum & sic deinceps. *Vt si 3 sumas, primo tertius à ternario 6 duplum exhibet ternarii, secundo tertius 9 triplum: tertio tertius 12 quadruplum: quarto tertius 15 quintuplum. &c. Sic si 7 sumas primo septimus 14 duplum, secundo septimus 21 triplum, tertio septimus 28 quadruplum, quarto septimus 35 quintuplum &c. ostendet.* Eandemq; inductionem in cæteris faciet puer, ludusq; hic quidam ei videbitur. Georgius Valla impares tantum disponit in cribro, sed in alium finem.

Diuisurus igitur numerum aliquem per alterum colloca diuidendum, sub eoque diuisorem secundum has regulas.

1. Si figura diuisoris extrema, in extrema diuidendi continetur, idque eo modo, vt & sequentes inferiores *secundum eundem numerum* in superioribus contineantur, eadem extrema diuisoris sub extrema diuidendi recte ponitur, reliquæ antecedentes sub antecedenti-

dentibus, ſingulæ ſub ſingulis, ſi pluribus figuris diuiſor conſtat.

Exemplum.

7 7 4 4 2 5 6	Diuidendus
2 8 6 4	Diuiſor.

2. Si eadem extrema diuiſoris in extrema diuidendi non continetur, ideoque ab ea tolli non poteſt: aut ipſa quidem tolli poteſt, ſequentes autem non poſſunt: totus diuiſor loco vno dextrorſum promoueatur.

Exemplum.

3 6 7 9	Diuidendus	2 5 6 8 3 4	
4 5	Diuiſor.	2 6 7	

Facta collocatione prima numerorum, ſecundum has regulas; ſi velis cognoſcere quot notarum quotiens futurus ſit, conſidera ſub quo diuidẽdi loco figura prima diuiſoris collocetur. Numerus enim illius loci indicabit tot figurarum fore quotientem. *Vt in primæ regulæ exemplo prima figura diuiſoris 4 poſita eſt ſub quarto loco, diuidendi. Dico igitur quotientem fore quatuor notarum. Sic in ſecundæ regulæ exemplo prima figura diuiſoris 7 poſita eſt ſub tertio diuidendi loco itaque hinc*

que hinc colliges quotiẽtem fore trium notarũ.

Sic iam dispositis numeris diuisio est perficienda. Placet verò hîc Michaelis Stifelii nobilis Arithmetici methodum proponere, vt quæ ad memoriam multum faciat. Proponit autem ille modum diuisionis tribus literis Q. M. S. quas etiam sic exponit. Primò Q. hoc est Quęre. videlicet quoties diuisor inueniatur in sibi supra scripto. Semper verò quoti figura debet esse minor denario hoc est aliqua ex numeris alphabeti Arithmetici 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Secundo M. hoc est multiplica: videlicet figuram quotientis inuentam in totum diuisorem.

Tertio S. hoc est subtrahe: videlicet productum multiplicationis ab illo quod diuisori supra ponitur. Hoc præceptum toties repetendum est, quot loca diuidendi nondum expedita supersunt.

Exemplo res fiet manifestior. Assumamus autem primo exemplum, in quo diuisor vnius notæ. *Sit relicta hæreditas 7168 aureorum, diuidenda inter septem filios. Pono in tabula sic, vt supra dictum est.*

			2		
Diuidendus	7	4	6	8	(1024
Diuisor	7	7	7	7	
	7	4	4	8	
			2		

Diuido iuxta formulam præscriptam, atque

Q. Primò quæro quoties 7 in suprascriptis contineantur, manifestum est contineri semel pono igitur in quotiente hoc est intra lunulam dextrorsum positam, 1

M. Deinde multiplico quotientis figuram nunc inuentam 1 in diuisorem 7 & proueniunt 7, quæ sub eodem diuisore scribo.

S. Tandem subtraho productum à numero diuisori suprascripto cancellando notas, nihilque manet.

Sic absoluta prima operatione promoueo diuisorem dextrorsum, hoc est ex quarto loco in tertium cancellata diuisoris nota, quæ fuit quarto loco.

Q. Quæro: 7 in 1 quoties contineantur: manifestum verò est non contineri. Itaque cyphram 0 scribo intra lunulam, cancellataq; nota diuisoris in loco tertio, pono eandem in loco se-

co secundo. Iamq; nunc quæro quoties 7 in 16 supra scriptis contineantur. Manifestum est meditanti vel mensam superius præscriptam intuenti contineri bis, itaq; scribo intra lunulam 2.

M. Deinde multiplico figuram quotientis 2 in diuisorem 7 fiunt 14, quæ scribo sub 16 directè quæ diuiduntur Et subtraho 5 cancellando statim notas 4 à 6 manent 2, quæ scribo supra 6 cancellata, 1 ab 1 nihil manet. Promoueo deinde diuisorem in primum locũ. atq; Q. Quæro quoties 7 in 28 contineantur: meditatione vel beneficio tabulæ cognosco contineri quater. Itaq; intra lunulam scribo 4. Deinde

M. Multiplico quotientis figuram nunc inuentam 4 in diuisorem 7: fiunt 28. quæ scribo sub diuidendo, primam notam collocando sub diuisore, reliquam in sequenti loco. Tandem,

S. Subtraho 28 infra scripta à 28 supra scriptis manetq; nihil. Dico itaq; numerum intra lunulam positum esse inuentũ quotiẽtem 1024 qui indicat quantum cuilibet hæredum ex relicta hæreditate 7168 aureorum cedat. Sed iam à facilioribus exemplis puerum ad difficiliora ducamus.

Sit præda 7744256 florenorum diuidenda in milites 2864, quantum vni cedet?

Pono diuidendum atque diuisorem, vt præceptum supra positum exposcit.

	2	0	1	6				
Diuidendus	~~7~~	~~7~~	~~4~~	~~4~~	2	5	6	
Diuisor	2	8	6	4				(2
	~~5~~	7	~~2~~	~~8~~				

Positis sic in tabula numeris, quæro primum toties diuisor 2864 in numero sibi suprascripto 7744 contineatur. Totus autem diuisionis labor in eo consistere videtur, vt sciamus quoties extrema diuisoris in numero sibi suprapositio sumi debeat, vt quotiens in omnes diuisoris notas ductus producat numerum, qui subtractus à numero supra diuisorem scripto vel nihil relinquat, vel numerum diuisore minorem. Rectè autem monet Adrianus Metius leuiorem hunc laborem fore, cum diuisor constat pluribus notis, si inuentam quotientis notam meditatione per duas saltem posteriores diuisoris notas multiplices productumq; cum eorum verticalibus conferas. Sic enim dicto citius meditaberis num accepta quotientis nota sit maior aut minor. *vt in*

nostri

nostri exẽpli prima ista operatione dum confero extremam diuisoris figuram 2 cum extrema d uidendi 7 animaduerto 2 in 7 contineri ter super esse vero vnitatem, & deinde penultimam diuisoris in 17 non posse contineri ter Itaq; si 3 ponerem intra lunulam plus iusto ponerem. Sumo igitur minorem quotum 2 eumq; pono intra lunulam. Aliquando meditatio de tribus posterioribus notis facienda.

M. *Iam igitur multiplico diuisorem per Quotumum 2 producentur 5728 quæ scribo sub linea vt vides.*

S. *Tandemq; subtraho 5728 à suprascriptis 7744 cancellando notas manentq; 2016, quæ superius scribo. Quia vero diuisoris prima figura collocata erat sub quarto diuidendi loco, ideo deleto in tabula diuisore quarti loci, & linea ei subducta; pono primam notam diuisoris sub tertio diuidendi loco, reliquas sequentes sub sequentibus lineamq; subduco vt hic vides.*

1
~~2~~ ~~0~~ 1 ~~6~~ 4
~~7~~ ~~7~~ 4 ~~4~~ ~~2~~ 5 6
2 8 6 4 (27
~~2~~ ~~0~~ ~~0~~ 4 ~~8~~ Q. Rur.

Q. Rursus igitur quæro quoties 2 in 20 contineantur. Et contineri quidem possunt decies, verum secundum legem superius positam quotus debet esse minor 10. Si igitur 2 nouies sumo in 20, quia bis 9 sunt 18, ideo subtractis 18 à 20 manebunt 2; 8 autem in 21 non possunt contineri nouies. Si ergo rursus mediteris tentando sic: 2 si sumpsero in 20 octies, quia bis 8 sunt 16. subtractis 16 à 20 manent 4. 8 autem in 41 continentur ne octies? Minime. Frustra igitur 8 sumpsi. Sumo deinde 2 in 20 septies: quia vero bis 7 faciunt 14, ideo subtractis 14 à 20, manent 6. 8 autem in 61, continentur ne septies? Continentur. Nam septies 8 sunt 56 quæ subtracta à 61 relinquent 5. 6 vero in 56 possunt etiam septies sumi. Atque hoc est quod supra diximus, secundum eundẽ numerum. Quotientem ergo hac meditatione inuentum pono intra lunulam.

M. Iamque nunc per eundem diuisorem multiplico, fiunt 20048:

S. Quæ subtraho à 20162 suprascriptis, cancellando notas, & residua notando supra notas à quibus fit subtractio, manent 114 vt ibi vides.

Hac

Hac ſecunda operatione in qua diuiſor erat collocatus ſub tertio loco diuidendi, peracta: deleo tertii loci diuiſorem, lineam & quæ ſub ea ſunt: diuiſoremq; promoueo ad ſecundum locum, primaq; eius nota ſub ſecundo diuidendi loco poſita, reliquas diuiſoris pono in ſequentibus locis, vt hic vides

```
        1
  2 6 1 6 4
  7 7 4 4 2 5 6   (270
      2 8 6 4
```

Q. Sic igitur diuiſore poſito Quæro quoties 2 in 1 contineri poſſint. Manifeſtum eſt maiorem numerum in minore contineri non poſſe, ideoq; cyphram in quotiente ſcribo. nullaq; iam Multiplicatione & Subtractione opus eſt, in hac diuiſoris poſitione. Quia vero is poſitus erat ſub ſecundo loco, ideo eundem promoueo ad primum ſic, vt vides

```
        1
  2 0 1 6 4
  7 7 4 4 2 8 6
        2 8 6 4   (2704
  -------------
    1 1 4 5 6
```

Q. Iamq; rurſus quæro quoties 2 in 11 ſu-

præſcriptis contineantur: & contineri poſſunt quinquies, relicta vnitate. Sed 8 in 14 ſecundum eundem numerũ contineri non poſſunt. itaq; in quotiente non pono 5 ſed minorem 4 hæc enim ſufficient vt meditatio per multiplicationem facta demonſtrat.

M. *Multiplico igitur diuiſorem 2864 per 4 prodeuntq; 11456 quæ ſubtracta à ſupraſcriptis 11456 nihil relinquunt. Exacta igitur diuiſio eſt. Quotumusq; prodiit 2704 Ex illa igitur præda in ſingulos milites cedent 2704 floreni.*

Hoc exemplum prolixè ſatis expoſui demittens me ad captum puerorum.

Non putes autem diuiſionis exemplum in tabula, dum creta numeri notantur, toties deſcribendum eſſe, quoties hic deſcriptum vides. Imbecillitati puerorum hac repetitione conſului. In tabula autem ſemel poſito diuidendo diuiſor tantum, quoties opus eſt mutabitur, donec diuiſio tota perficiatur, in reliquis exemplis iam breuior ero.

Alii dum multiplicant ordine retrogrado quotientem ducunt in diuiſorem, primo in extremam diuiſoris figuram, ſtatimq; produ-

ctum

ctum à ſupraſcripto ſubtrahunt: deinde in penultimam, &c. Modum hunc apud alios authores inuenies. Verùm quia multiplicatio in eo fit contra præſcriptas ſuperiori capite regulas ideo vt captui puerorum minimè ſeruiens ab Arithmeticis reiicitur. Quanquam vt dicam quod ſentio, & ſubtractio quæ in diuiſione ſupra cancellatas notas reſidua collocat, non reſpõdet regulis ſubtractionis ſupra propoſitis, videnturq́; multi artis ſcriptores grauiter contra leges Methodi peccare, qui propoſita iam ratione ſubtractionis atque multiplicationis in diuiſione, ſubtrahunt atq; multiplicant aliter quam præſcripſerunt: ideoque probatur mihi modus recentiorum, qui cùm diuiſor vnica conſtat nota vel duabus, cancellatione quidem notarum vtũtur, vt iam præſcriptum habes: at cum diuiſor pluriũ eſt notarum, reſiduum notant ſub linea, pro ſingulis verò promotionibus diuiſoris, adſcribunt ſingulas diuidendi notas, quæ proximè præcedunt. Itaque exemplum ſuperius, illorum methodo ſic abſoluetur.

	7 7 4 4 2 5 6	
I	2 8 6 4	(2
	5 7 2 8	
	2 0 1 6 2	
II.	2 8 6 4	(7
	2 0 0 4 8	
	1 1 4 5	
III.	2 8 6 4	(0
	0 0 0 0	
	1 1 4 5 6	
IV.	2 8 6 4	(4
	1 1 4 5 6	

Nihil manet.

Explicatio exempli.

In prima operatione, prima diuisoris collocatur sub quarto loco diuidendi. Quæro igitur quotum vt prius, deinde per inuentum quotum 2, multiplico diuisorem, productumq́ 5 7 2 8 sub diuisore scriptum subtraho à numero 7744 supra diuisorem collocato, residuum 2016 scribo sub linea.

In secunda operatione tertiam notam 2 residuo adscribo : notet autē puer aliud esse adscribere aliud addere. *diuisoreq́ posito eadem*

medi-

meditatione qua prius Quæro quotientem per quem inuentum Multiplico diuisorem, producuntur 2 0 0 4 8, quæ Subtracta a suprapositis 20 62 relinquunt 114 quæ scribuntur sub linea.

In tertia operatione residuo adscribo notam secundi loci fiunt q; 1 1 4 5 in quibus non potest haberi diuisor, Scribo igitur 0 intra lunulam subtractoq; 0, à 1 1 4 5 manent 1 1 4 5.

In quarta operatione residuo 1145 adscribo notam primi loci 6 & Quæro quotum inuenioq; 4 per quem diuisor Multiplicatus facit 11456. Itaq; post Subtractionem factam nihil manet. Hic diuidédi modus maximè naturalis est, præceptisque antecedentiũ specierum valde congruus. Potest verò sola additione atque subtractione diuisio in vastioribus exemplis absolui: si ex diuisore construatur tabula eodem modo, vt in multiplicatione facta fuit ex multiplicando. Scribatur ergo diuisor atque éregione ipsius vnitas, eritque perfectus versus primus. pro secundo diuisor addatur sibi ipsi, hoc est duplicetur & è regione 2 ponãtur. Duplicato deinde addatur diuisor, & è regione aggregati 3 ponantur, eritque versus tertius, atque sic continuando procedes vsque

ad ver-

ad verſum nonum. Conſtructam ſic tabulam examinabis, vt antea in multiplicatione dictum eſt. *Vt ſi diuidenda ſint* 232908956280 *per* 149292: *conficio primum tabulam iuxta modum præſcriptum, vt hic vides.*

149292	1
298584	2
447876	3
597168	4
746460	5
895752	6
1045044	7
1194336	8
1343628	9
1492920	

149292
3
447876
3
1343928

Sic confecta tabula, ab omni nos moleſtia quoti perquirendi & multiplicationis liberabit: poſitoque ſemel diuiſore, praxis diuiſionis expedita erit.

Primo igitur diuiſor collocatur ſub ſeptima diuidendi, vnde colliges ſeptem fore notas quotientis. Vt verò habeam quotum, quæro ſuprascriptum nnmerum 232908 *in tabula, quem quia non reperio, accipio proximè minorem* 149292, *hoc eſt ipſum diuiſorem, cuius index eſt* 1,

est 1, *quem pono intra lunulam, statimq; subtraho diuisorem à superiori, manent* 83616 *quibus adscribo sextam notam* 9.

```
  2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 8 0
  1.4.9 2. 9 2       (1
  ----------------------------
      8 3 6 1 6 9
      7.4.6.4 6 0    (5
  ----------------------------
        8 9 7 0 9 5
        8 9 5. 7 5 2    (6
  ----------------------------
              1 3 4 3 6 2 8
              1 3 4 3 6 2 8   (009
  ----------------------------
             Nihil manet 0    (0
```

Quæro igitur 836169 *inter numeros tabulæ, reperio minorem* 746460. *eiusq; indicem* 5 *pro quoto, ac subtractione facta, manent* 89709, *quibus adscribo quintam* 5, *Deinde inter numeros tabulæ quæro* 897095 *reperio minorem* 895752, *eiusque indicem*, 6, *factaque subtractione manent* 1343. *His adscribo quartam* 6. *Sed in* 13436 *diuisor sex notarum non continetur: posita igitur cyphra pro quoto adscribo tertiam* 2, *sed nec* 134362, *aut eo minor in tabula reperitur: itaq; scripta cyphra in quoto adscribo secundam* 8 *& nu-*

& numerum 134362 8. quæro inter numeros tabulæ. reperio cum indice 9, quo intra lunulam posito, factaq; subtractione nihil manet.

Manet vnus locus, qui cùm cyphram habeat nullusq; superfit numerus, cui hæc primi loci cyphra debeat addi, intra lunulam pro quoto cyphra ponitur. Quotiens ergo inuentus est 1560090

Vides ergo totam diuisionem absque molestia absolutam. Causam quoti sic constituti in singulis notis facilè intelliges. Si consideres in primo versu simplum diuisoris, in secũdo duplum, in tertio triplum, in quarto quadruplum, &c. contineri, vt ita iam per continuam additionem multiplicatio, per indices verò appositos meditatio quoti sublata sit.

Hac ratione diuidendi vtuntur in subtensis Mathematici, eiusque diuisionis exemplum Pitiscus in Thesauro Mathematico proposuit.

Sed exempla adhuc nõnulla subiungemus, in quibus de profectu suo in diuisione pueri facient periculum.

Aliud exemplum.

Habet aliquis censum seu reditum annuum 260 florenorum, ac ne peccet contra illud præ- *ceptum,*

ceptum, auro scribi dignum in animis adolescẽtum: Sumptus censum ne superet: *cupit scire quantum singulis septimanis debeat expendere, vt annuus reditus illi sufficiat. Facta diuisione* 260 *per* 52, *quotumus* 5 *mõstrat quinque tantùm florenos expendi posse singulis septimanis. Quod si singulis septimanis expendat* 6 *florenos, quot septimanis egebit? facta diuisione* 260 *per* 6, *quotus* 43 *ostendit censum sufficere* 43 *septimanis, supersuntque duo floreni in septimanam quadragesimã quartam, qua tandem & reliquis octo miser egebit. Quod ne fiat dum expendit, meminerit* circularem figuram *qua nummi formantur* ad motũ aptissimam esse *ideoq; Poloni dicunt* nummos quod rotundi sint facilè dilabi.

Exemplum in quibus diuisor vnius notæ.

20160 Si diuidãtur per	2	prodibũt	10080
	3		6720
	4		5040
	5		4032
	6		3360
	7		2880
	8		2520
	9		2240

Exempla in quibus diuisor est duarum notarum.

36288 Si diuidãtur per	24	prodibũt	1512
	32		1134
	48		756
	56		648
	64		567
	72		504
	81		448
	96		378

Exempla in quibus diuisor trium notarum est

90561240 Si diuidãtur per	396	prodibũt	228690
	330		274428
	297		304920
	264		343035
	231		392040
	198		457380
	165		548856
	132		686070

Et hactenus exempla fuerunt in quibus diuisor exacte continetur, ideoq; in quoto integra sunt. Sæpè verò aliquid superest, quod iam particulam integri seu fractionem constituit.

tuit. Vnde rursus alia fractionum numeratio erit. Dabo verò hæc sequentia exempla, in quibus puer fractionum aliquem gustum percipiet, exorsus à facilioribus.

Summa florenorum 365 diuidenda est in duos milites: facta diuisione prodit quotus 182. maneti[?] 1, quam scribo supra lineam quoto adscriptam, diuisore sub linea posito, sic: 182 $\frac{1}{2}$.

Hic vides vni cedere 182 florenos cum dimidio. Fractio enim legenda est sic vna secūda.

Nam numerum lineæ subiectum Arithmetici vocant Denominatorem, aliàs Nomen, quia is denominat partes, in quas integrum sectum esse dicitur.

Numerum verò supra lineam collocatum vocant Numeratorem quod numeret partes sumptas ex integro secto in tot partes quot denominator vnitates habet. *Hic ergo si concipiamus vnum florenum sectum esse in duas partes ex iis vna sumpta est, ideoq; legimus v*nam secūdam, *hoc est dimidium, sicq; alias deinde fractiones concipere debet puer.*

Floreni 457 diuidūtur in 6 milites, quantū vni cedet, Respōdeo 76 $\frac{1}{6}$ *Hic vides vni cedere flo-*

 renos

renos 76 ac præterea vnā floreni sextā pàrtem.

Sex regii professores in Academia Cracouienſi annuum ſtipendium habent 100 *marcarum: quantum vnus accipit? Respondeo* 16 $\frac{4}{6}$ *Hic leges* 16 *marcas & quatuor sextas: hoc est si quælibet quatuor marcarum reliquarum, diuidatur in partes* 6, *ex iis partibus proquolibet cedunt* 4. *vel pro* $\frac{4}{6}$ *ponas* $\frac{2}{3}$ *quod idem est. Si quælibet marca diuisa sit in partes* 3, *duo trientes marcæ proquolibet assumendi veniunt.*

Si 90 *milites prædam colligunt* 27393 *florenorum quantum vnus capiet? Respondeo* 304 $\frac{33}{90}$ *In fractione habes trigintatres nonagesimas floreni, hoc est si florenus in partes* 90 *diuideretur, ex iis partibus proquolibet partes* 33 *sumerentur. Eadem fractio breuius sic scribitur* $\frac{11}{30}$ *Nam* 11 *trigesimæ floreni tantum valent quantum* 33 *nonagesimæ.* Et Arithmetici quidem ſolœciſmum logiſticum vocant, ſi fractio quæ minoribus numeris ſcribi, atque ideo facilius concipi poſsit, maioribus numeris deſcribatur: ſed ſolœciſmus iſte in pueris nondum fractiones edoctis vtcunq; tolerabilis

bilis est. Hæc alieno loco docentur, verum quia fractiones oriuntur ex diuisione, vt puer paulatim assuefiat ad difficiliora fractionum præcepta percipienda, ideo hæc attingere volui. Scribere namq; fractionem eamq; non intelligere longe turpissimum est.

Compendia Diuisionis nonnulla.

1. Si numerus aliquis diuidendus sit per numerum inprimis locis cyphras continentẽ, cyphræ primis diuidendi notis subiiciantur, diuisioq; fiat per figuras significatiuas, veluti nullas haberent cyphras. *vt si diuidendus sit numerus* 7359640 *per* 30: *exemplum sic stabit.*

```
1 1         1
7 3 5 9 6 4 0
3 3 3 3 3 3 0   (245321 10/30 vel 1/3
-------------
6 2 5 9 6 3
1 1
```

Sic si diuidendus sit idem numerus 7359640 *per* 400: *exemplum sic erit.*

```
3 1 3 3
7 3 5 9 6 4 0
4 4 4 4 4 0 0   (18399 40/400 | 4/40 | 1/10
-------------
4 2 2 6 6
3 1 3 3
```


2. Si

2. Si numerus aliquis diuidendus ſit per vnitatem, quæ habeat adſcriptas aliquot cyphras, reiectis tot notis ex diuidendo quot ſunt ad 1 cyphræ, quotiens mox habebitur: *Vt ſi diuidenda ſint 7540567 per 100 reiectis duabus notis 67, quotus mox habetur cum fractione ſic* $75405\frac{67}{100}$

Sic ſi 739457000000, diuidenda ſint per 100000 quotus erit 739457

3. Si numerus aliquis diuidendus ſit in partes quinque, ab eo primam notam tolle, reſiduumq; duplica, duplicatus enim numerus dabit quotum, ſi ablata nota minor ſit quinario. Et ablata quidem nota tum fiet numerator fractionis. *Vt ſi diuidenda ſint 34573 per 5, auferoprimam notam 3, relictum 3457 duplico. Dico quotum eſſe* $6914\frac{3}{5}$

Quod ſi ablata nota maior vel æqualis ſit quinario, facta duplatione duplo addatur vnitas pro abiectis ex ablata nota 5, reſiduũ vero ſi quod ſit habebitur profractionis numeratore, *vt ſi diuidenda ſint 34698, abiicio 8 reliquas notas 3469 duplo fiuntq́ 6938, quibus pro abiectis 5 ex octo, addo 1, fiuntq́* $6939\frac{3}{5}$ *ſic ſi*

diuidenda ſint 493675 per 5 quotus erit 98735

Examen diuiſionis fit per multiplicationem. Multiplicetur quotus inuentus per diuiſorem, productoq; multiplo addatur reſiduum ſi quod poſt diuiſionem ſupererat: ſi enim recte diuiſio peracta eſt, redibit numerus diuidendus: ſi non redibit male peractam iudicabis. Poteſt etiam probari per abiectionem nouenarii ſic. Reſiduum abiectionis nouenariæ ex quotiente, multiplica per reſiduum eiuſdem abiectionis ex diuiſore, atq; producto adde ſi quid poſt diuiſionem ſupererat; indeq; rurſus abiicias 9 ſi poſſunt abiici. Id enim quod reſiduum manet æquale debet eſſe reſiduo abiectionis nouenariæ ex diuidendo ſi recte diuiſio confecta eſt.

CAPVT IX.

De Numeris primis & cōpoſitis per ſe, atq; Primis & compoſitis inter ſe.

POſtquam diuiſionem puer intellexerit, vtiliter ante regulam proportionũ exer-

ceri poteſt in meditatione primorum & compoſitorum numerorum. In qua vt proficiat, primum exerceatur in his quæ iam ſubiungemus, vt facile cognoſcat qui numeri diuidi poſſint exactè per 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. &c.

2. Binarius omnem numerum exactè diuidit, cuius prima figura à binario diuiditur: hoc eſt qui parem notam, aut 0 primo loco habet vt 3684. 360:

3. Ternarius quemlibet numerum diuidit cuius ſingulæ figuræ valore primi loci acceptæ, & ad ſe additæ, ab ipſo ternario numerantur: Potes hoc idem explorare abiiciendo 3 ex omnibus notis valore primi loci acceptis, quemadmodum fit in abiectione nouenarii, ſi enim nihil manet numerus datus exactè per 3 diuidetur: *vt* 3684

4. Quaternarius quemlibet numerum exactè diuidit, cuius ipſe partem illam diuidit exactè, quæ ſub duabus primis figuris continetur. *Sic iudicabis* 39567564 *exactè à quaternario diuidi, quia primæ notæ* 64 *ab eodem exactè diuidentur*: *itemq;* 3700.

5. Quinarius quemlibet numerum diuidit exactè, cuius prima nota eſt 5 vel 0.

6. Se-

6. Senarius quemlibet parem numerum diuidit exactè, quem diuidit ternarius, *vt* 3698532. Quod si numerus impar sit, quãuis à ternario diuisibilis à senario iam non diuidetur, *vt* 9513.

7. Septenarius quemlibet numerũ exactè diuidit qui colligitur ex tribus, sex, nouem, aut duodecim continuis terminis proportionalitatis duplæ, quadruplæ, aut sedecuplæ; sed propter hysterologiam puer hoc omittat, reuersurus eo postquam numerorum progressiones varias intellexerit.

8. Octonarius quemlibet numerum diuidit exactè, cuius partem illam, quæ sub tribus primis eius figuris continetur, ipse exactè diuidit. *vt* 359462476 8 *&* 45000.

Adrianus Metius hic aliam adhuc explorandi rationem tradit: Duplica numeri propositi notam secundam; & quadruplica tertiam; productos inde numeros cum prima nota simul adde: quoniam si productum illud 8 metiatur, ipse datus numerus ab 8 diuidetur exactè: *vt in superiore exemplo vides.*

28 Quadruplum tertiæ
12 Duplum ſecundæ
8 Prima

48

9. Nouenarius quemlibet numerum exactè diuidit, cuius ſingulæ figuræ valore primi loci acceptæ,& ſimul additæ, ab ipſo nouenario numerantur. Vel à quo poſt abiectionem nouenariam, vt in probationibus ſpecierum fit, o relinquitur.

10. Denarius quemlibet numerum exactè diuidit cuius prima figura eſt o Ex his iam facile ſcies qui numeri diuiſibiles ſint per 20,30, 40,50, Item ſcies facile qui numeri diuiſibiles ſint per 16. 32. 64. 128.

Item ſcies quos diuidere poſsis per 12. 24. 48. &c. Nam 12 diuidunt omnem numerum quem ſenarius diuidit numero pari. Multa puer ex his meditatione continua deducet.

His vero intellectis facile puer intelliget diuiſionem illam numeri,quæ apud Euclidem alioſq; authores frequens eſt.

Euclidis ipſius verba producam

Πρῶτος ἀριθμὸς ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος. Hoc eſt:Primus numerꝰ eſt ab vnitate ſola

menſus.

mensus. P. Ramus quia omnis numerus diuiduus est à seipso, primum numerũ definit sic.

Numerus primus est numerus indiuiduus ab alio multitudinis numero: vt si 7 sumas, ab alio quidem numero non diuidentur, at à seipsis diuidẽtur in septem 1,1,1,1,1,1,1. Per vnitatem vero nulla potest fieri diuisio. Diuisio enim plura quàm vnum infert, quod ex vi nominis manifestum est. Sed Euclidis ætate diuisionis nullum erat vocabulum: post Euclidem tandem ab Hypsicle, Ptolemæo aliisq; vsurpatum est: nisi forte μετρεῖν Euclideum pro exacta diuisione sumendum sit. An potius pro applicatione exacta? Franciscus Vieta in Logistice speciosa proponit magnitudinem magnitudini applicare: quod in numerosa vulgarium more proponeretur sic: Numerum per numerum diuidere. Aequale æquali applicari potest. At idem sibi ipsi nequaquam: Vnum enim est. Applicatio plura requirit. Quæ si vera sunt, consequetur numerum primum ab vnitate sola μετρεῖν atq; ideo primi numeri Euclideam definitionem consistere. Συνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ

τινὶ μετρούμενος. Compoſitus numerus eſt à numero aliquo menſus. Sic 12, à 3 & 4, itemq; à 2 & 6 exactè diuiduntur.

Ad iſtorum numerorum inueſtigationem erat olim Eratoſthenis cribrum, vt deſcribitur à Georgio Valla libro 1. cap. 8. Arithmetices: in quo expoſitis ordine omnibus numeris imparibus (omnes enim pares abinario numerantur, ideoq; non ſunt primi) primùm inueſtigatur, qui à ternatio numerantur: diuidit autem tertium à ſe duobus in medio neglectis: tum qui à quinario, is à ſe quintum, & deinceps quoq; ſemper quatuor præteritis, quintum quemq; numerat. Septenarius ſeptimũ, ſex omiſsis, quod ex progreſsione numerorum naturali colligitur, & à reliquis deinde. Quo notato qui à nullo omnino numerantur primi ſunt

Exemplum ſic habes.

5 7 5 9
3 3 3 5 7
3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27.

11
9
11 7 13 5 17
3 5 3 3 7 3
29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. 51.
53. 55

					9						
	11	19			7	13					5
	5	3			3	5		3			3
53.	55.	57.	59	61.	63.	65.	67.	69.	71.	73.	75.

Hic vides 9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, &c. compositos: reliquos qui nullos habent supra se numeros à nullo numerari, ideoque primos esse.

Adhuc alia diuisio numeri est apud Euclidem, quâ dicuntur quidam esse primi inter se, vel compositi inter se: sic autem ille πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ. Hoc est:

Primi inter se numeri sunt, quos sola vnitas communis mensura metitur. *Vt 4. & 9. primi sunt inter se, nullus enim numerus est, qui vtrumque exactè diuidat: quamuis si separatim considerentur secundum praecedentes definitiones, compositi sint: at hic iam ad inuicem referuntur, in qua relatione sola vnitas vtriusque communis mensura est.*

Σύνθετοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Hoc est: Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

Vt 24 & 16 ſunt inter ſe compoſiti quia vtrumq; numerus 8 tanquam communis menſura metitur. Itaq; ſi vtrumq; communi maxima menſura diuidas reuocabuntur ad minimos terminos 3 & 2. Atq; ſic ſunt 24 ad 16, vt 3 ad 2. Sunt vero eorundem numerorum alij numeri communes menſuræ vt 2 & 4 ſed maximæ dici non poſſunt. Sic 27 & 72 compoſiti ſunt inter ſe: communis eorum menſura maxima eſt 9, qua reuocantur ad minimos eiuſdem rationis numeros, primos inter ſe, 3 & 8. Vſus huius doctrinæ magnus erit in regula proportionum, atq; etiam fractionibus: cum compoſiti inter ſe numeri, ad minores eiuſdem rationis reuocandi erunt, ad vitandum ſolæciſmos Logiſticos, de quibus iam antea monuimus. Dati vero quiuis numeri an inter ſe primi ſint vel compoſiti, atq; ſi compoſiti ſint quæ illorum communis menſura ſit maxima, experieris ſecundum 1 & 2: p: 7 Euclidis. Duobus numeris inæqualibus propoſitis detrahatur ſemper minor de maiore alterna quadam detractione: nam ſi ſubtractio vnitatem demum relinquat, primi erunt inter ſe: ſi vero peruentum ſit ad aliquem numerum, qui ſubtra-

ctus ab alio nihil relinquat, dati numeri compoſiti ſunt inter ſe: isq; numerus poſt quem ſubtractum nihil relinquitur, eſt maxima cõmunis menſura datorum numerorum. *Sint propoſiti numeri 27 & 70 volo cognoſcere an ſint primi vel compoſiti inter ſe: ſubtraho 27 à 70 manent 43. iterumq; 27 à 43 manent 16, iamq; non poſſum à 16 ſubtrahere 27, ergo 16 ſubtraho à 27 manent 11, deinde 11 à 16, manent 5 poſtea 5 ab 11 manent 6, tandem 5 à 6 manet 1. Dico igitur datos numeros 27 & 70 eſſe primos inter ſe.*

Exemplum ſic erit.

70
27
———
43
27
———
16
———
11
———
5
———
6
5
———
1

Sint

Sint rurſus propoſiti numeri 27 & 72, ſubtraho 27 à 72 manent 45, iterumq; 27 à 45 manent 18: deinde 18 à 27 manent 9: poſtea 9 à 18 manent 9, tandem 9 à 9 manent 0. Dico itaq; propoſitos numeros 27 & 72 compoſitos eſſe inter ſe, maximam vero eorum menſuram eſſe 9: qua reuocabuntur ad minimos terminos 3 & 8: ita vt ſint 27 ad 72 quemadmodum 3 ad 8 Quis verò non facilius concipiat eam proportionem 3 ad 8 quam 27 ad 72?

Exemplum hoc ſecundum ſic habes.

7	2
2.	7
4	5
2.	7
1.	8
	9
	9
	0

Hoc idem præceptum diuiſione expediri poteſt ſic: Duobus numeris propoſitis, ſi velis cognoſcere primi ne ſint an compoſiti inter ſe, diuide maiorem per minorem; deinde

reiecto

reiecto quotiente, item diuide diuiſorem prioris diuiſionis per reſiduum, & ſic deinceps ſemper diuiſorem proximæ diuiſionis diuide per reſiduum, donec occurrat diuiſor qui nullum relinquat reſiduum: is enim erit communis menſura qua ad minimos reuocabuntur. Sint numeri 256 & 704.

Exemplum ſic habes.

7	0	4	
2	5	6	(2
5	1	2	
1.	9	2	(1
	6	4	(3
1	9	2	
0	0	0	

Diuido 704 per 256 in quotiente erunt 2 factaq; multiplicatione 2 in 256 reniunt 512, quæ ſubtracta à 704 relinquunt 192. Iterum 256 diuiſorem antecedentem diuido per reſiduum 192: continentur ſemel, itaq; ſubtraho 192 à 256 manent 64. Item 192 diuiſorem antecedentem diuido per 64 reſiduum: continentur ter: factaq; multiplicatione 3 per 64 producuntur 192, atq; poſt ſubtractionem nihil ma-

hil manet. Dico igitur propositorum numerorum 256 & 704 esse communem mensuram 64, qua reuocantur ad minimos terminos 4 & 11: ita vt 256 sint ad 704, vt 4 ad 11.

Si duo numeri in primis locis cyphras aliquot habeant compositi sunt inter se, reiecto vero vtrinq; æquali cyphrarum numero contrahentur ad minores; qui vel primi erunt inter se, vel compositi, ad primos reuocandi ea arte quæ iam exposita est: *vt 600 & 1500: abiectis vtrinq; duabus cyphris reuocantur ad minores 6 & 15 cum vero istorum adhuc maxima mensura sit 3, reuocabuntur ad minimos 3 & 5. Dico igitur 900 ad 1500 esse vt 3 ad 5.*

CAPVT X.

De Regula Proportionum.

HActenus egimus de pręcipuis instrumentis, quæ vtramq; in Arithmetica paginam faciunt. Quicquid enim deinceps per omnem Arithmeticæ campum à præstãtissimis ingeniis excultum continetur, id totum his quatuor instrumentis confectum est. Quia vero initio

diximus

diximus Arithmeticam duplicem esse: Simplicem & Comparatiuam: hic admonendus est Lector multiplicationem & diuisionem videri pertinere ad Comparatiuá iudicio Georgii Ioachimi Rhetici, qui hoc ipsum confirmabat demonstratione sumpta ex definitionibus multiplicationis & diuisionis. Vt enim est 1 ad multiplicantem, sic multiplicandus ad multiplum multiplicatione factum. Et vt diuidendus ad diuisorem, sic quotus ad 1. vt iam hic quoque se immisceat nobis parum aduertentibus aurea proportionum regula. Itaq; idem dicebat Arithmeticam totam his signis ✠ quæ notant plùs, minùs; hoc est additione & subtractione contineri. Quid enim aliud est multiplicatio, quàm artificiosa additio? Et diuisio non est aliud quam artificiosa subductio. Atq; propter hanc fortè causam στοιχειώτης post Euclidē primus λογικώτατος vt eum appellat subtilissimus Franciscus Vieta aliam Arithmeticæ editionem adornauit, vt intelligimus è Snellio Et Lazarus Schonerus methodicū problema maioris esse ocii nō temere pronunciauit. Sed de hoc aliàs copiosè: nunc vt antecedentiū præceptorum vsum

aliquem Arithmeticæ ſtudioſi percipiant, Regulam Analogiæ breuiter proponamus. Neq; vero placet barbarum Detri nomen. Non enim hæc regula trium numerorũ eſt, ſed quatuor, ex quorum tribus quibuſcunque datis quartus inueſtigatur. Sic regula quoq; ſex quantitatum dicitur, in qua ex datis quibuslibet quinq; ſexta quæritur. Hæc vero Analogiæ regula propter vſum inſignẽ aurea dicitur.

Et reuera aurum hic purum putum eſt, foſſile non Chymicum, probum non ementitũ, quodq; in ignem quantumuis coniectum in auras nunquam euaneſcit. Iamq; primo analogiæ generalem regulam diſcipulus hic concipiat. Quia enim quatuor numeri proportionales proponuntur, erit vt Primus ad Secũdum ita Tertius ad Quartum: ideo ſi Quartus ignotus ſit, ex datis Primo Secundo Tertio inueſtigabitur ſic: Multiplicetur Secundus per Tertium; productus ex horum multiplicatione numerus diuidatur per Primum, quotus enim dabit Quartum qui ignorabatur.

Sed in praxi huius regulæ memineris quartum cognominem eſſe ſecundo, atq; tertium primo: *Exemplo res fiet manifeſtior: fiat quæ-*

ſtio,

ſtio, ſi Quatuor florenis emuntur, vlnæ 12. florenis 16 quot vlnæ ementur? Hic primus numerus eſt florenorum, tertius quoq; florenorum. In ſecundo ſunt Vlnæ: ſimiliterque in quarto erunt. Mathematici abſtrahendo ab his dicunt vt 4 ad 12 ita 16 ad quem? Multiplico 12 per 16: fiunt 192: quæ diuido per 4, quotus monſtrat quæſitum 48. Itaq; ſi 4 florenis vlnæ 12 emuntur, 16 florenis 48 vlnæ ementur.

Probationis varias rationes atq; compendia colliges ſequentium meditatione. Quoties enim eſt vt Primus ad Secundum, ita Tertius ad Quartum, eſt quoq; vt Primus ad Tertium ita Secundus ad Quartum, & vt Quartus ad Tertium ita Secundus ad Primum. Et vt Quartus ad Secundum ita Tertius ad Primũ. Itaq; ſi inuertas exemplum propoſitum ſic: *Fiat vt 48 ad 16 ita 12 ad quem? Multiplicatis 16 per 12 veniunt 192, quibus diuiſis per 24 prodibit primus 4. Atq; hinc colliges recte factam operationem.* Hancq; probandi rationem communiter Arithmetici ponunt. Vel etiam probabis ſic: per 19 propoſitionem 7 Euclidis, in qua fundamentum eſt regulæ: Si quatuor numeri proportionales fuerint qui

ex primo & quarto fit numerus; æqualis erit ei qui ex secundo & tertio fit numero & contra: Cum itaq; quatuor proportionales numeri dentur, 4: 12. 16. 48 ideo factus ex 12 in 16 hoc est 192. æqualis erit facto ex 4 in 48 hoc est 192. Vnde colliges quatuor illos proportionales recte per operationem regulæ inuentos esse.

Compendia vero nonnulla etiam inde possunt deduci. Si enim primus & secundus vel primus & tertius sint inter se compositi: per maximam cõmunem mensuram, de qua præcedenti capite diximus, diuisi: dabunt numeros, qui pro diuisis substituti in regulam, dabunt quæ situm. *Vt si superius exemplum consideres. Vt 4 ad 12 ita 16 ad quem? Hic 4 & 12 sunt inter se compositi: maxima eorũ communis mensura 4. qua diuisi dant, 1. & 3. Fiat ergo nunc Vt 1 ad 3 ita 16 ad quem? Multiplicatis 16 in 3 fiunt 48. Vnitas primi loci non diuidit, itaq; iam quartus inuentus est 48.*

Eademq; ratione quia primus & tertius inter se compositi sunt, maximaque communis mensura eorum est 4: ideo exemplum sic erit: Vt 1 ad 12 sic 4 ad quem? facta multiplicatione 12

ne 12 per 4 fiunt 48 vt prius pro quarto: quia vnitas quæ non diuidit, est in primo loco: si in eo esset multitudinis numerus, diuisio esset facienda. Sed in aliis exemplis res melius cognoscetur.

II. *Si 91 milites accipiunt 322 florenos, 104 milites eadem proportione quantum accipient? Hic multiplicatis 322 per 104 fiunt 33488. His vero diuisis per 91, quotus 368 monstrat quæsitum.*

Si iuxta doctrinam præcedentis capitis experiaris de primo & secundo primi ne an compositi sint inter se: reperies compositos: communemque eorum mensurã esse 7, per quam reuocabuntur ad minimos terminos 13, 46. Itaque si fiat vt 13 ad 46 ita 104 ad quem? Multiplicatis 104 per 46 fiunt 4784, his vero diuisis per 13 producuntur 368, vt prius. Et si de primo & tertio experiaris primi ne an compositi sint: reperies compositos, maximamque eorum mensuram esse 13, per quam ad minimos terminos reuocabuntur, 7 & 8. Itaque si fiat vt 7 ad 322 ita 8 ad quem? Multiplicatis 322 per 8 fiunt 2576, his vero diuisis per 7, proueniunt 368 vt prius.

Si verò neque primus & tertius, neq; primus & ſecundus inter ſe primi ſint, ad minores iam reuocari non poterunt: ideóque per eos iuxta regulam operatio conficienda. *Vt,*

Si 15 vlnæ emũtur florenis 49: vlnæ 61 quot florenis ementur? Multiplico 49 per 61, fiunt 2989, quæ diuido per 15, prodeunt 199 $\frac{4}{5}$ hoc eſt floreni 199 cum $\frac{4}{5}$ vnius floreni.

Hic verò obiter dicendum valorem cuiuſlibet fractionis in vſitata moneta, aut alia quacunque re cuius eſt fractio, cognoſci per analogiæ regulam. Si enim pro primo termino ponas Denominatorem fractionis, hoc eſt numerum ſub lineola poſitum; pro ſecundo Numeratorem fractionis, hoc eſt numerum ſupra lineolam collocatum, pro tertio valorem rei integræ, ac ſecundùm regulam procedas, quæſitum obtinebis facilè. *Vt in hoc tertio exemplo ſunt $\frac{4}{5}$ vnius floreni: florenus verò apud Polonos valet 30 groſſos: ſi velis cognoſcere $\frac{4}{5}$ floreni quot groſſos valeant, fiat ſi 5 ad 4, ſic 30 ad quem? Facta operatione colliges 24. Dico $\frac{4}{5}$ vnius floreni valere 24 groſſos. Sic in reliquis procedes.*

Cautio

Cautio I.

Sæpè quæstiones confuso ordine proponũtur, confusionem tamen facilè euoluet qui præcedentia intellexit. *Vt si proponatur: Emendæ sunt 364 vlnæ, qualium 50 emuntur 12 florenis. Quæritur quanto id precio fieri possit. Hic quia questio est de 364 vlnis, pono earum numerum tertio loco, quia verò tertius & primus nomine conueniunt, ideo 50 primo loco pono: 12 secundo: iamq; nunc vt 50, ad 12, sic 364 ad quem? Facta operatione veniunt* $87\frac{18}{50}$ *seu* $\frac{9}{25}$

Cautio II.

Sæpè primus à tertio nomine dissentit, ideoque tunc reductione ad idem nomen opus est. *Vt si proponatur: Vno anno expenduntur 160 floreni, quot expendentur 13 septimanis? Hic primi & tertij nomen diuersum est: ideoque 1 annum reduco ad septimanas 52. Iamq; nunc fiat vt 52 ad 160, sic 13 ad quem? Facto calculo iuxta regulam, veniunt 40 floreni.*

Itemq; si auenæ 3 modij veniunt 24 grossis, 20 florenis quot modij ementur? Hic 20

florenos resolues in grossos multiplicando 20 per 30, fientque 600 grossi: quia verò hi quæstionem annexam habent, primo loco pono 24 grossos: itaque si fiat vt 24 ad 3, sic 600 ad quem? Vel quia primus & tertius compositi sunt inter se, facta eorum ad primos reductione: si fiat, vt 1 ad 3. sic 25 ad quem? Facta operatione per hos vel priores numeros prodibunt 75 modij, qui eadem proportione ementur 20 florenis.

Cautio III.

Sæpè in datis numeris adiiciuntur aliquæ circumstantiæ, propter quas plures quàm tres termini propositi videri posſint. *Vt si proponatur sic: Decem boues per 7 dies arant iugera 35: quot iugera arabunt boues 20 per dies 24. Exemplum sic stabit.*

10			20
per	arant 35	quantum	per
7			24?

Hic primo debet multiplicatio numerorum fieri per circumstantias, vt 10 in 7 ducta faciunt 70, deinde 24 per 20 faciunt 480. Si igitur fiat, Vt 70 ad 35, sic 480 ad quem? vel abiectū

à primo

ũ primo & tertio cyphris breuius sic: Vt 7 ad 35 sic 48 ad quem? Facta operatione secundum regulam, quartus erit 240 iugerum quæ arabunt 20 boues diebus 24. Alii expediunt quæstiones eiusmodi bis adhibita regula proportionum. *Vt in proposito exemplo primùm si 10 boues arant 35 iugera quantum 20? Respondeo 70. Rursusq; si 7 diebus arant 70 quantum 24 diebus? Respondeo 240. Tantumq; etiam prius prouenerat.*

Regula Societatis.

Regula proportionum quæ adhuc proposita est sæpe aliquoties repetitur: vt fit dum aliquot negotiatores societatem constituunt, rursusq; lucrum vel damnum secundum proportionem inter se partiuntur. Iamq; tunc regula societatis appellatur. *Vt si proponatur: Tres in vnum suam cõtulerunt pecuniam, quorum primus dedit 1000, secundus 1500, tertius 2500: lucrati sunt florenos 2000, quot floreni cuilibet pro sua portione cedent?* Hic summa pecuniæ quam cõtulerunt primo loco ponitur: secundo lucrum. tertio vero singulorum pecunia vt hic vides.

1000
Vt 5000 ad 2000 ita 1500 ad quem?
2500

Quia vero tertio loco tres termini ponuntur, ideo regula ter erit repetenda. Ac primò quidem *vt* 5000 *ad* 2000, *ita* 1000 *ad quem?* *facta operatione veniunt* 400.

Rursus. Vt 5000 *ad* 2000 *ita* 1500 *ad quem?* *Respondeo* 600.

Tandem Vt 5000 *ad* 2000, *ita* 2500 *ad quem? Respondeo* 1000.

Probatio.

Si vis probare recte ne operatio confecta sit adde prouenientes ex operatione numeros simul, si enim secundus venit recte operatus es: vt hic 400, 600, 1000, colligũt 2000.

Sæpe fractiones interueniunt quas arte iam superiùs composita resolues.

Vt si in trium societate, quorum primus 300 *dederit florenos, secundus* 500, *tertius* 700, *lucrum sit* 962 *florenorum. Exemplũ sic erit*

300?
2500 *dant* 962 *quantum* 500?
700?

Prima

Prima Analogia est Vt 1500 ad 962, sic 300 ad quem? Respondeo 192 $\frac{6}{15}$ Valor fractionis rursus inuenietur in grossis quales in Polonia 30 vnum florenum constituunt sic. Vt denominator 15 ad numeratorem 6 sic 30 ad qu.? Vel quia primus & tertius compositi sunt inter se. Vt 1 ad 6 sic 2 ad quem? facto calculo prouenient 12 grossi. Itaq; primus capiet e lucro florenos 192 grossos 12 Secunda Analogia est Vt 1500 ad 962 sic 500 ad quem? Vel quia primus & Tertius compositi sunt inter se vt 3 ad 962 sic 1 ad quem? Respondeo 320 $\frac{2}{3}$ Valor fractionis cognoscetur sic: Vt 3 ad 2, sic 30 ad quem? Respondeo 20 grossos. Tertia Analogia est Vt 1500 ad 962 sic 700 ad quem? Respondeo 448 $\frac{14}{15}$. Valorē fractionis in grossis cognosces si facias Vt 15 ad 14 sic 30 ad qu.? Vel vt 1 ad 14 sic 2 ad quem? Respondeo 20. Itaq; $\frac{14}{15}$ valebunt 28 grossos. Iamq; peracto opere exemplum sic erit

	300	192	. 12
Vt 1500 *ad* 962 *sic.*	500 *ad*	320	. 20
	700	448	. 28

Summa

Summa quarti loci numerorum reddit secundum numerum 962: grossi enim 12, 20, 28, hoc est 60 valent 2 florenos exactè qui iuncti 192, 320, 448 conficiunt 962

Sæpe in regula societatis circumstantia tēporis adiicitur, verum qui cautiones supra positas intellexit exempla talia facile soluet.

Regula Proportionum conuersa.

Sæpè proportio reciprocè inuertitur: cùm nimirum res eadem vel æqualis, ad diuersas potentias circumstantia aliqua temporis aut alterius rei circumscriptas refertur. Atq; tunc tantùm fit ex primo & secundo, quantum ex tertio & quarto. Ideoq́ue datis tribus, vt ex his quartus inueniatur, multiplica primum per secundum, productumq́ue ex his numerum diuide per tertium, quotus enim quartū quæsitum monstrabit. Exemplis res melius patebit.

Primum.

Decem iugera 15 boues arant octo diebus: eadem iugera decem boues 20 quot diebus arabunt? Hic res eadem vel æqualis, nimirum

10 iu-

10 iugera refertur ad diuersas potentias. Manifestum autem est aucta potentia boum, decem iugera minori tempore quàm octo diebus arari. Ideoq; inuertitur proportio sic:

15	20
10 iug.	10 iug.
8	6
120	120.

Si igitur inuersè fiat, Vt tertius 20 ad primum 15, sic secundus 8, ad quem? Multiplico 15 in 8. fiunt 120, quæ diuido per 20. & proueniunt 6. Itaq; 20 boues 10 iugera 6 diebus arabunt.

Secundum.

Commeatus in arcis obsidione ad menses 6 suppetit 300 militibus, idem commeatus 12 mensibus quot militibus sufficiet? Respondeo 150.

6	12
Commeatus	idem
300	150.
1800	1800

Analogia inuersè fit: Vt 12 ad 6, sic 300 ad quem? Respondeo 150.

Terti-

Tertium.

Amphora vini 3 diebus sufficit 30 conuiuis, eadem 6 diebus quot conuiuis sufficiet? Respondeo 15.

	3	6
	Amphora	eadem
	30	15.
	90	90

Analogia inuersè fit, Vt 6 ad 3, sic 30 ad quem? Respondeo 15

Quartum.

Pannus latitudine 3 vlnarum, lõgitudine 7, subducendus est alio panno, cuius latitudo 2 vlnarum: Quæritur alterius panni longitudo? Hic superficies vtriusque panni æquales sunt; ignota verò panni alterius longitudo reciprocè concludetur sic:

	lat. 3		latitudinis 2
Superficies		ęqua super-	
	long. 7	ficiei	long. $10\frac{1}{3}$

Analogia inuersè fit. Vt 2 ad 3 sic 7 ad $10\frac{1}{2}$

Quintum.

Modius tritici cùm venit florenũ 5, panis est

vncia-

vnciarum 4. Idem modius tritici cùm vænit florenis 3, quot vnciarum panis erit? Respondeo $6\frac{2}{3}$

	5		3
Modius		idem	
	4		$6\frac{2}{3}$

Analogia inuersè fit. Vt 3 ad 5, sic 4 ad $6\frac{2}{3}$

Hactenus de regula proportionum, quæ idem præstat in Mathematicis scientiis, quod Syllogismus in Dialectica. Ac nescio an aliquid excellentius vel admirabilius ab homine sit repertum. Plura possent dici de ea, verùm ne puerorum ingenia obruantur, ad alia iam abacum conuertam.

CAPVT XI.

De Progressionibus.

PRogressionem vocant Arithmetici seriem numerorum eadem differétia vel proportione progredientium: vt in isto exemplo 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. vel isto 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, æqualitas differentiarum est: quilibet enim

enim à proximo, in primo quidem vnitate, in altero quinario differt. Estq, hæc progressio Arithmetica. In his vero 1. 2. 4 8, 16. 32. 64. eadem proportio est; nam vt 1 ad 2, sic 2 ad 4. & sic 4 ad 8 &c. Similiter hic 3. 9. 27. 81. Vocatur hæc progressio Geometrica. Si igitur numeros progressionis Arithmeticæ compendio velis colligere: quia Factus à simul vtroq; extremo, per dimidiatum nomen termini vltimi: vel ab vltimi nomine per dimidium simulvtriusq; extremi est summa progressionis Arithmeticæ: ideo adde primum vltimo & aggregatum serua, deinde vide quot sint progressionis termini; vt nomen vltimi, (hoc est quotus sit in ordine) cognoscas. Si enim dimidium vtriuslibet per alterum totum multiplices, summam progressionis habebis. *Exemplum hoc esto.*

Sunt apud nos horologia quæ desinunt in horam 24 vocanturq; integra quod diem naturalem integrum numerent, quæritur quot ictibus diei noctisq; spatio pulsent. Termini sic erunt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. *Addo primum* 1 *vltimo* 24 *fiunt* 25. *Nomen vltimi*

est 24

est 24 quia est vicesimus quartus. Multiplico 25 in 12 dimidium nominis, fiunt 300. Dico igitur ictus totius diei esse 300. Prudentis vero Logistæ erit paris semper dimidiũ sumere.

Aliud exemplum.

Si seruus cum domino constituat annuam mercedem, Arithmetica progreßione primo quidem die obulum 1, altero 2, tertio 3, quarto 4, atque sic deinde, ita vt vltimo anni die 365 obulos quales 18 vnum grossum in Polonia constituunt, accipiat; quantum pro anno accipiet? Vltimi nomen est 365. Aggregatum primi & vltimi 366. huius dimidium 183, per quod multiplico 365, fiunt 66795 obuli, Et hæc est summa totius progreßionis, quæ per 18 diuisa dabit grossos 3710 & obulos 15. grossi vero diuisi per 30 dant florenos 123: grossos 20: & obulos 15. tantumque accipiet pro annua mercede.

Aliud.

Sæpe aurea regula simul cum progresſione Arithmetica commiscetur. *Quidam Puteaus puteum brachiorum 34 redemit effodiendum florenis 60: Effoßis autem 20, ægrotare*

cæpit. Petit mercedem. Quæritur quanta sit. Hic brachia æqua i non possunt inter se: labor enim primi leuior est, secundi grauior, atque quanto altiùs fossionem faciet, tanto mag. labor crescet. Itaq; secundum brachium suum & primi laborem continet: tertium, suum, secundi & primi. Seu quod idem est primum brachium vnum laborem secundum duos, tertium tres labores, atq; sic deinceps, continet. Itaq; pro primo regulæ termino collige progressionem naturalem continua vnitatis differentia procedentem ab 1 ad 34. Summa est 595. Totq; labores sunt in brachiis 34. Pro secundo habes 60 florenos. Pro tertio collige progressionem ab 1 ad 20 fietq; summa 210 pro tertio termino qui continet labores 20 brachiorum. Si itaq; nunc fiat vt 595 ad 60 sic 210 ad quem? Vel contractiùs primo atq; secundo per communem mensuram 5. Vt 119 ad 12 sic 210 ad quem? Vel contractiùs adhuc huius proportionis primo atq; tertio per communem mensuram 7: Vt 17 ad 12 sic 30 ad quem? Facta operatione prodibit precium 20 brachiorum floreni $21\frac{3}{17}$

lo

Aliud.

Aliud.

Sæpe vero cõtinuatione terminorum non eſt opus cum arte poſsit vltimus terminus haberi. Si enim tollatur vnitas à nomine optati termini factusq; à reliquo per differentiam addatur primo, totus erit optatus : quo inuento ſumma totius progreſsionis per præceptum præcedens inuenietur. *Veluti ſi famulus paciſcatur cum domino de annua mercede vt pro prima ſeptimana accipiat groſſos 4, pro altera 9, atq; ſic deinde, continua quinq; groſſorum differentia : quæritur totius anni merces. Hic quia anni ſeptimanæ ſunt 52, terminus quinquageſimus ſecũdus eſt primò quærendus. Quia verò 52 eſt nomen optati termini, inde tollo vnitatem, manet 51 : Hoc reſiduũ multiplico per 5, factoq; multiplo 255, addo primùm 4, vt ſint 259 pro optato termino. Iamque nunc ſũmam totius progreßionis inquiro. Primum 4 áddo vltimo 259, fiunt 263, quæ multiplico per 26 dimidiũ ex 52, fiuntq; 6838. Atque hæc eſt ſumma totius progreßionis totque groſſos pro toto anno accipiet, qui faciunt florenos 227 & groſſos 28.*

Causam regulæ facilè intelliges si concipias differentiam à secundo termino incipere, atq; in 52 terminis quinquagies & semel cõtinuari.

Imò causam collectionis omnium terminorum progressionis Arithmeticæ facile intelliges, si has figuras subiectas consideres, in terminis impari numero hanc:



In terminis pari numero hanc:



Quod enim ab vna parte deest, altera pars supplet, vt punctis designatum est: indeque præcepti causa clara est.

Progressio Geometrica.

In Progressionibus Geometricis duplex inuentio: primò optati termini, secundò sum-

mæ. Ac ad optatum quidem terminum inueniendum generale præceptũ concipiamus sic.

Si Progreſsio Geometrica quæcunque aliquot terminis continuata ſit, veliſque optatum aliquem numerum inquirere: primo ſupra datos terminos diſpone indices, hoc eſt numeros, continua vnitatis differentia, ſumpto à 0 initio: deinde à nomine optati termini tolle vnitatem: reſiduumque diuide in duos indices, qui optatũ nomen vnitate multatum componant. (obſerua autem diuerſum eſſe nomen ab indice, nam nomen ſemper ſuperat indicem vnitate) numerus enim à duobus terminis Geometricæ progreſsionis ſubiectis datis indicibus, multiplicatione factus, diuiſus per primum terminum, dabit in quotiente optatum terminum. Atque vt vno dicam verbo, latet hic iam regula proportionum, ſi bene aduertas; quod facilius exemplo cognoſces.

Sit hæc Progreſsio Geometrica 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. *ſupra quam pono indices vt vides*

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.
4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.

Inquirendus ſit decimus, quia nomen optati

termini est 10, tollo hinc vnitatem, & manent 9: dirimo deinde 9 in duos indices, qui 9 componant, vt 4 & 5, iamq́ nunc multiplico terminos datis indicibus subiectos, videlicet 64 in 128, numerumq́ prouenientem 8192 diuido per primum terminum 4 quotiens namq́ 2048 dat decimum terminum, qui fuit inquirendus.

Vtq́ue videas regulam proportionis hic latere considera hanc Analogiam. *Vt primus terminus qui indicem habet 0, Ad 64 numerum indicis 4. Sic 128 numerus indicis 5 Ad quem? facta operatione, vt præscriptum est præcedēti capite, proueniēt 2048 pro termino decimo. Idem proueniet si fiat, vt 4 ad 128, sic 64 ad quem? Respondeo. 2048.* Hinc consequitur, si primus terminus sit vnitas, diuisione nulla opus esse; generale tamen illud præceptum etiam hic seruat analogiam, *vt si progreßio Geometrica sit ab 1 sic:*

0	1	2	3	4	5	6
1	2	4	8	16	32	64

inquirendusque sit decimus: à nomine optati termini subtraho 1, manent 9, & residuum hoc dirimo in duos indices 4 & 5, vel 3 & 6, sumptosq́ eorum indicum numeros multiplicó

vel 16

vel 16 per 32, vel 8 per 64, vtrobique enim prouenient 512 pro decimo termino. Et quamuis hic nulla diuisio sit, Analogia tamen est. Namque vt 1 ad 8, sic 64 ad 512. Vel vt 1 ad 16, sic 32 ad 512. Vel vt 1 ad 64, sic 8 ad 512. Vel vt 1 ad 32, sic 16 ad 512. Si rectè intellexisti caput præcedens, nullam hic senties difficultatem.

His iam sic propositis, ad inueniendam cuiuscunque progressionis Geometricæ summã hoc generale præceptum concipiamus, beneficio regulæ proportionum. Si subtrahatur primus à secundo & vltimo: erit vt differentia primi & secundi, ad primum: sic differentia primi & vltimi, ad omnes vltimum præcedentes. Addito igitur vltimo ad inuentũ numerum, summa progressionis habebitur. *Exemplum hoc esto triplæ proportionis.* 3. 9. 27. 81. 243. 729 2187. 6561. 19683. *Summa colligetur iuxta præceptum sic: vt 6 differentia primi & secundi, Ad primum,* 3. *Sic* 19680 *differentia primi & vltimi Ad* 9840 *summam omnium antecedentium vltimum: cui addo vltimum* 19683 *Aggregatum enim ostendit summam* 29523. Sic alias omnes progressiones colliges ; in dupla vero proportione pro-

pter æqualitatem primi, & differentiæ primi à secundo, compendio quodam summa colligetur, generale tamen illud præceptum perpetuum est: *vt si detur hoc exemplum* 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024 2048. *quæritur summa: subtraho primum 4 à secundo 8, manent 4. postea subtraho primum 4 ab vltimo 2048, manent 2044. Iam igitur si fiat vt 4 ad 4 Sic 2044 ad quem? manifestum est prouenire 2044. Æqualitas enim est. Dico igitur 2044 summam esse omnium vltimum 2048 præcedentium, cui addo 2048 fitque omnium summa 4092.*

Iamque nunc facile colliges precium equi illius quem eques Geometra militiam tertæ suis proscripserat, precio tantum 24 clauorum ad soleas constituto, primi quidem 1 obulum, secundi 2, tertii 4 obulos atque sic deinceps dupla proportione: Nam 24 terminus erit 8388608 obulorum: Summa vero totius progreßionis cognoscetur sic: Vt 1 differentia primi à secundo, Ad 1 primum, sic 8388607 differentia primi ab vltimo ad quem? Respõdeo 8388607 Æqualitas enim est. Itaque hæc summa est omnium vltimum antecedentium cui addo vltimum

mum 8388608, *sicq; totius progreßionis summa* 16777215 *obulorum, qui faciunt grossos* 932067 $\frac{1}{2}$ *hoc est florenos* 31068 *& grossos* 27 $\frac{1}{2}$

Et hæc de progreſsione. Ait Gemma Friſius progreſsionis nullū alium eſſe vſum quàm additionis compendium. Cum illud Theophraſti dictum in mentem reuoco: Ea quæ ſcimus ne milleſima quidem pars ſunt eorum quæ neſcimus; non miror id ab homine erudito dictum. Agnouiſſet nunc progreſsionum Arithmeticæ ac Geometricæ admirandum ac prope diuinum vſum in Logarithmis quos Illuſtris Ioannes Neperus Scotus Baro Merchiſtonii Mathematicus eminentiſsimus primùm inuenit, magnoq; Reipublicæ literariæ bono in lucem dedit. Ego certe cum primum vſum Logarithmorum ex eius libello didiciſſem, lætitia ingenti affectus mox in illud prorupi. *Pro Logarithmorum tabulis tibi magne Nepere Præmia quæ tribuent digna Mathematici?* Liber exiguus mole, vſu immenſus: Totum vero Logarithmorum artificium in connexione progreſsionis Arithmeticæ cum

Geometrica consistit, vt apparet ex definitione Logarithmi, quam initio Neperus posuit. Illa quoq; calculandi ratio in abaco Scachiæ quam Rabdologiæ adiecit ex eodem fonte promanat. Imo geneses figuratorum, de quibus mox aliquid dicemus ex progressionibus Arithmeticis manifestæ erunt.

CAPVT XII.

De Quadratis numeris.

SOlent Arithmetici radicum quadratarum & cubicarum extractiones proponere. Et quamuis hoc ad doctrinam figuratæ Arithmeticæ pertineat, tamen quia methodicum problema nondum est confectum ideo nos illorum vestigiis insistemus. At si seuerè velimus iudicare numeri facti ex multiplicatione duorum numerorum, reuera sunt figurati. Euclides elemento vii. definitione xv. *Ὅταν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινὰ, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.* Hoc est: Cùm

duo nu-

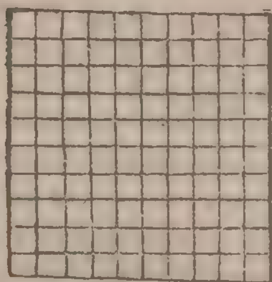
duo numeri mutuo ſeſe multiplicantes aliquem fecerint, qui factus erit, planus appellabitur: qui verò numeri mutuo ſeſe multiplicauerint, latera illius dicentur. Franciſcus Vieta, nunquam ſine honore nominandus, cùm proponit in Logiſtice ſpecioſa primam & perpetuam legem æqualitatum ſeu proportionum, ait, Homogenea homogeneis æquari. Nam quæ ſunt heterogenea, quo modo inter ſe affecta ſint, cognoſci non poteſt, vt dicebat Adraſtus. Itaque ſi magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea eſt. Si magnitudo magnitudini ſubducitur, hæc illi homogenea eſt. Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea eſt. Si magnitudo magnitudini applicatur, hæc illi heterogenea eſt. Quibus non attédiſſe cauſa fuit multæ caliginis & cæcutiei veterum Analyſtarum. Itaque cùm Arithmetici ex multiplicatione duarum fractionum vt ex $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{4}$ dicunt produci minorem iis à quibus fit, vt hic $\frac{1}{8}$ heterogenea comparant, quod primum aduertit Ioannes Baptiſta Benedictus Patritius Venetus; in libriſque

Specu-

Speculationum ad Ducem Sabaudiæ demonſtrauit. Nemini ergo mirum videri debet, ſi hic de figuratis aliquid ſcripſero. Et Arithmetici quidem extractiones tantùm docent: pertinebat autem multum ad doctrinæ lucem, non analyſes ſolum, ſed geneſes quoque proponere. Rectè enim Vieta in libro de numeroſa poteſtatum reſolutione dixit: Nihil tam naturale eſſe ſecundùm Philoſophos omnes, quam vnumquodque reſolui eo genere quo compoſitum eſt. Proinde quod olim ex Franciſci Vietæ diuinis ſcriptis, atque ex Adriani Romani ingenioſiſsimi viri, nō ſcriptis ſolùm, ſed etiam viua voce conceperam, id hoc loco dicam breuiſsimè, quantum fieri poterit: primumq́; geneſes, deinde analyſes proponam.

Atq; primum de quadratis. Quadratus igitur numerus eſt factus ab aliquo numero in ſe. vt 3 in ſe ducantur ſic, ter 3 fiunt 9. Dicitur etiā planus æquilaterus quod diſponi poſsit in formam quadrati Geometrici. vt ſi 10 in ſe multiplices fient 100, itaq; quadratus eſt 100: latus vero eiuſdem quadrati 10 eſt, ab aliis dicitur Radix. vt hic

Geneſis



Genesis quadratorum fiet in hunc modũ.
Præscribatur Eratosthenis cribrum ex imparibus tantum numeris constans sic vt vides
1. 3. 5. 7, 9. 11 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29 31
Ex duobus enim imparibus primis habebitur binarii quadratum: ex tribus ternarii. ex quatuor quaternarii: & sic deinceps. vt ex 1, & 3, fient 4 quadratum lateris 2. ex 1 3. & 5 fiunt 9, quadratum lateris 3. &c. Compendio quodam colligetur si mox subiicias additis summam quæ quadrata constituit, eiq; summæ deinde addas sequẽtem imparem pro quadrato sequenti. Quia enim quadratum subiectum, est summa antecedentium imparium, ideo eidem quadrato addere sequentem imparem, est hũc imparem cum omnibus antecedẽtibus additione colligere. vt hic vides.

Impa-

Impares 1, 3, 5, 7. 9, 11, 13, 15, 17, 19.
Quadrata 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.
Radices 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Hac arte construi solet quadratorum tabula, eandemq; cõtinuare licebit quousq; placet.

Sed numeros quosuis quadrare hoc est in se multiplicare, præter artem iam Capite 7. propositam peculiari quadam arte poteris, si prius cõsideres Theorema Quadrati Syntheticum quod Vieta proposuit, in hunc modum Quando componitur quadratum à duobus lateribus singularibus: Quadratũ lateris primi plus Plano à duplo lateris primi in secundum, plus Quadrato lateris secundi, æquatur composito Quadrato. Videsq; hic viam simplicissimæ compositionis circa duo tantum esse. Latera enim tantum duo ponuntur Maius & Maiori proximum. Deinde Maius & Maiori proximum adgregantur, & æstimantur latus vnum. Et quod sequitur latus alterum, & eo deinceps ordine Artificium itaq; omne in his quæ sequuntur, præceptis consistit.

Primò adscribe duas notas nihili. Secundò sub dextima ponatur nota areæ præsentis. Tertiò duplum radicum præcedentium scri-

batur post notam præsentem, eritq; perfectus versus secundus: cui ad dexteram post lunulam, etiam adscribatur nota præsens, quæ vocetur nota areæ. Quartò numerus secundus multiplicetur per numerum areæ, productum erit numerus tertius. Quintò ducatur deinde virgula recta infra tertium. Sextò infimus areæ addatur supremo, summa scribatur infra virgulam. Hocq; præceptum repetendum est quoties oportet. Exemplum hoc est. Multiplicandus sit in se numerus 2345

```
   2 3 4 5
 ___________
 0 0
   2     (2
   4
 _______
       4 0 0
         4 3   (3
       1 2 9
 _______________
     5 2 9 0 0
       4 6 4   (4
     1 8 5 6
 _______________
   5 4 7 5 6 0 0
       4 6 8 5   (5
     2 3 4 2 5
 _____________________
   5 4 9 9 0 2 5
```

Dico nunc nnmerum productum 5495025 esse quadratum lateris 2345. Atq; eadem arte vastissimos quoscunq; numeros quadrabis.

Quia vero eadem via vnumquodq; resoluitur qua compositum est, ideo analysis deinde ex eodem Theoremate Synthetico instituetur sic: Primo diuidatur numerus in partes, vt quælibet pars duos characteres cōtineat & scribatur pars prima vel ad cribatur. Secundo sub dextima ponatur punctum. Tertio duplum radicum præcedentium scribatur post punctum & erit diuisor imperfectus, cui adscribatur Quotiens post lunulam & loco puncti, eritq; diuisor perfectus. Quartò & Quintò vt antea in genesi. Sextò subducatur infimus à supremo, residuum infra scribatur: & hæc operatio repetenda est tamdiu donec radix quadrata inueniatur.

Primæ tamen areæ analysim potes absoluere per primores quadratos capite 7 iam propositos; vel per hæc etiam præcepta, si radicum præcedentium quæ nullæ sunt nullum quoq; duplum positum imaginatione concipias Generaliter enim hoc præceptum propositum est .Exemplum hoc esto. Quadrati

nume-

numeri 5499025 inueſtiganda ſit radix, ſeu latus.

```
        5, 4 9, 9 0, 2 5
   ______________________________
        5
        2  (2
        4
   __________
        1 4 9
          4 3   (3
        1 2 9
   __________
          2 0 9 0
            4 6 4   (4
          1. 8 5. 6
   ______________
            2 3 4 2 5
              4 6 8 5   (5
            2 3 4 2 5
   __________________
```

Nihil manet.

Dico igitur quadrati 5499025 latus eſſe 2345.

Atque iam ſi geneſim & analyſim inter ſe conferas, videbis facile, cuiuſlibet numeri tanquam lateris, dari quadratum: non vero cuiuſlibet numeri tanquam quadrati, dari latus exactum. Numeri autem quorum radices

exactæ dari non poſſunt, ſurdi vocantur: eorumq; peculiaris erit Arithmetica.

Vt vero notas quasdam habeas, quibus vtcunq; cognoſcere poſsis qui numeri ſurdi ſint, quamuis hoc melius analyſi demonſtratur, ex Stifelio & Bombello quaſdam regulas quadratorum ſubiiciemus quæ tamen non conuertuntur, quod monuiſſe operæprecium eſt.

1. Omnis numerus quadratus primo loco habet aliquam iſtarum notarum 1. 4. 9. 6. 5. 0.

2. Ex omni numero quadrato ſi reiicias 9 vt in probatione nouenaria fieri conſueuit, ſupereſt aliqua iſtarum figurarum 1. 4. 7. 0.

3. Omnis quadratus numerus primo loco habens notam 5, ſecundo loco habet notam 2, tertio vero vel 0 vel aliquam parem figuram.

4. Omnis numerus quadratus primo loco habens 1 vel 9, ſecũdo loco habet aliquam parem figuram vel 0.

[illegible] Omnis numerus habens primam notam [illegible]cundo loco habet aliquam parem vel 0.

[illegible] Omnis numerus quadratus primo loco [illegible]ns 6, ſecundo loco habet aliquam impa[illegible] notam.

[illegible]. Omnis numerus quadratus primo loco

habens

habens o, habet in sequentibus locis cyphras cum prima pari numero.

Atq. hæc de quadratorum genesi & analysi. Cuius doctrinæ fundamentum est apud Euclidem prop. 4: elem 2. in qua demonstratur Quadratum integri, æquari quadratis partium, vna cum duplici rectangulo sub partibus.

CAPVT XIII.

De Cubis.

CVbus est solidus æquilaterus; diciturq; sic similitudine sumpta à cubo Geometrico, quali figura tesseras videmus. Fitq; à numero ter multiplicato. vt 8 à 2, 2, 2, sic 27 à 3, 3, 3. Cumq; latus in se ductum faciat quadratum, idem latus si ducâtur in suum quadratum efficiet cubum, vt si facias ter 3, prodibunt 9 pro basi cubi hoc est quadrato: idemq; si in 3 ducas, veniēt 27 pro cubo lateris 3. Itaq; vt lateris in se ductum Quadraturam, sic ductum lateris in suum quadratum Cubaturam dicimus.

Primi vero cubi sunt quorum latera sunt notæ alphabeti Arithmetici vt hic.

Latera,	*Bases,*	*Cubi.*
1 .	1 .	1
2 .	4 .	8
3 .	9 .	27
4 .	16 .	64
5 .	25 .	125
6 .	36 .	216
7 .	49 .	343
8 .	64 .	5'2
9 .	81 .	729

Hic etiam genesis & analysis consideran-dæ sunt

Præscribatur ergo cribrum Eratosthenis imparibus tantum notis constans.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29.

Hic iam 1 habetur pro primo cubo. Deinde duo numeri sequentes 3. 5 faciunt cubum binarii 8. Deinde tres sequentes 7. 9. 11. faciunt cubum ternarii 27. Deinde quatuor sequentes 13. 15. 17. 19. additione collecti faciunt 64 cubum quaternarii: atq; sic deinceps reliquorum cuborum genesis fiet qualem Stifelius proposuit.

Ioannes Baptista Villalpandus ex progressione senaria cubos producit. vt hic vides

Pro-

Progressio senaria	Differentiæ cuborum	Cubi	Latera
6	1	1	1
12	7	8	2
18	19	27	3
24	37	64	4
30	61	125	5
36	91	216	6
42	127	343	7
48	169	512	8
54	217	729	9
60	271	1000	10

Hic enim primo differentiæ cuborum fiunt: 6 & 1 ſunt 7. 12 & 7 ſunt 19. 18 & 19 ſunt 37. 24 & 37 ſunt 61, atq; ſic deinceps. Deinde verò ex differentiis cubi creantur ſic: 7 & 1 ſunt 8. 19 & 8 ſunt 27. 37 & 27 ſunt 64. &c. Atq; hac arte cuborum tabula in immenſum produci poteſt, qualem Clauius exhibuit.

Sed quia tabulas circumferre nimis moleſtum eſt, ideo melius eſt artem vniuerſalem cubos creandi ac retexendi ediſcere. Franciſcus Vieta theorema Cubi Syntheticum tale propoſuit. Quando componitur Cubus à duobus lateribus ſingularibus, Cubus lateris

primi,plus solido à triplo lateris primi,inqua-
dratum secundi, plus solido à triplo Quadra-
to lateris primi in latus secundum,plus Cubo
lateris secundi,æquatur composito Cubo. Vt
si proponaturnumerus 23 pro latere cubi,quia
constat duabus notis, ideo latus primum erit
20: latus verò secundum 3. iamq; cubus late-
ris primi est 8000. Solidum à triplo lateris
primi hoc est 60 in quadratum secundi, hoc
est 9, est 540. Solidum à triplo quadrato la-
teris primi hoc est 1200, in latus Secundum
3, est 3600 Cubus lateris secundi 3 est 27.
Itaq; 8000 + 540 + 3600 + 27 efficiēt 12167
cubum lateris 23. Atqui si 23 in se ducantur
faciunt 529 quadratum, quod rursus ductum
in 23 faciet vt priùs 12167 cubum lateris 23.
Sic si numerus proponatur 236 pro latere cu-
bi inquirendi, latus primum est 230 latus se-
cundum 6. Hocq; est quod Vieta monuit vi-
am simplicissimæ compositionis, circa duo
tantum esse. Adrianus Romanus cubi gene-
sim tali theoremate comprehendit. Cubus
totus æquatur cubis partium + triplo produ-
cti ex □ prioris in partem posteriorem, + tri-
plo producti ex □ posterioris in partem prio-

rem.

rem. Quod theorema non habetur apud Euclidem: habetur tamen apud P. Ramum libro xxiiii Geometriæ. p. 6. Idemq; prorſus facit cum Vietano. Nam ſi latus illud 23 ſumas, partes lateris ſunt 20 & 3. Cubus 20 eſt 8 0 0 0. Cubus 3 eſt 27. Prioris partis 20 Quadratum 4 0 0 ductum in 3 partem poſteriorem facit 1200, huius vero triplum eſt 3600. Poſterioris partis 3 Quadratum 9, ductum in 20 partem priorem, facit 180, huius vero triplum eſt 540. Itaq; 8000 ✠ 27 ✠ 3600 ✠ 540, æquatur toti cubo 12167. Ex his iam geneſim cubi proponam, vbi notabis latus primum hoc eſt radices antecedentes vocari A: latus vero ſecundum B, alias dicitur nota areæ præſentis. Primo igitur ſcribe vel adſcribe tres notas nihili. Secundo triplum quadrati radicum præcedentium ponatur, & habes verſum ſecundum. Tertio ponatur triplum radicum præcedentium, cui addatur radix præſens quæ vocetur nota areæ & habes verſum tertium. Nota vero areæ ponatur etiam intra lunulam.

Quartò verſum tertium multiplica per notam areæ & producetur verſus quartus. Quintò adde verſum ſecundum quarto & habes

versum quintum. Sexto versum quintum multiplica per notam areæ & producetur versus sextus, cui subducatur linea. Septimò addatur primus versus sexto, aggregatum enim sub linea scriptum dabit cubum partium A & B.

```
          0 0 0
              0
              6   (6
I           3 6
            3 6
          2 1 6
        ---------
          2 1 6 0 0 0
            1 0 8 0 0
                1 8 3   (3
II              5 4 9
            1 1 3 4 9
          3 4 0 4 7
        -------------------
          2 5 0 0 4 7 0 0 0
              1 1 9 0 7 0 0
                      1 8 9 5   (5
III                   9 4 7 5
              1 2 0 0 1 7 5
            6 0 0 0 8 7 5
        -------------------
          2 5 6 0 4 7 8 7 5
```

Hoc

Hoc præceptum repetẽdum eſt quoties opus erit. Exemplo res erit clarior. Sit latus 635 cubicè multiplicandum.

Exemplum ſupra habes.

Dico lateris 635 eſſe cubum 256047875.

Explicatio exempli: In prima area primus verſus continet 000 cubum velut antecedẽtis partis A quæ 0 eſt. Secundus eſt triplum ☐ partis A. Tertius eſt triplum A + B. Quartus eſt productum tertii per B. Quintus eſt ſumma quarti & ſecundi. Sextus eſt productum quinti per B, cui ſubſcribitur linea.

In ſecunda area primus verſus eſt aggregatum primi & ſexti verſuum præcedentis areæ, cui adſcribuntur tres cyphræ. Secundus verſus eſt triplum ☐ partis A. Valet autem in ſecunda area 60 (quod diligenter aduertendum eſt) itaq; quadratum eius eſt 3600, eiusq; triplum 10800. Notabisq; 6 primæ areæ eſſe 60 in II. area, 600 vero in III.

Tertius verſus eſt triplum A + B. Cum enim A (hoc eſt radices antecedentes) valeat in II area 60, eius triplum eſt 180 cui additum B hoc eſt 3 radix huius II areæ, facit 183 verſum tertium. Quartus verſus eſt productum ex

tertio 183, in B 3. Quintus versus est summa quarti & secundi. Sextus est productum ex quinto in B, cui subducitur linea. Tandemq; primus & sextus aggregantur. His vero intellectis, & tertia area facile intelligetur: neq; plura ingeniosus requiret, satis enim clarè omnia proposita sunt. Pro versu tamen secundo compendiose colligendo, in Rabdologia Neperi habetur elegans compendium; cuius vsus magnus esse potest in magnorum cuborum genesi & analysi. Licebit enim:

Ex data radice cubica & triplo quadrati anterioris partis eiusdem, triplum quadrati eiusdem radicis facili compendio dare.

Pro exemplo in præcedente tertia operatione dabatur radix cubica (quamuis imperfecta) 63. Dabatur etiam in secunda area triplũ quadrati anterioris partis eiusdem, quod est 108. Quæritur autem triplum quadrati totius numeri 63: ad quod inueniendum primo quæratur triplum quadrati dextimi quotumi: quod in hoc exemplo est 27. Quæratur item factum ex ductu dextimi quotumi in omnes sinistros, auctum cyphra: quod hic est 180. Tertio huius aucti capiatur dimidium

90 au-

90 auctum cyphra, quod est 900. Quarto deniq; capiatur triplum quadrati anterioris partis auctum duabus cyphris, vt iam fuit in secundo versu secundæ areæ 10800, Hos quatuor numeros adde & producentur 11907 pro triplo quadrati 63 quæsito; quod deinde auge duabus cyphris sic, 1190700, vt habeatur versus secundus tertiæ areæ.

			2	7
		1	8	0
		9	0	0
1	0	8	0	0
1	1	9	0	7

Cur vero sic augeatur duabus cyphris facile intelliges si concipias 63 in tertia area esse iam 630, quorum quadrati triplū est 1190700. His vero intellectis nulla iam erit difficultas in Cubatura, quam si recte intellexisti facile & Analysim intelliges.

Analysis Cubi seu Radicis cubicæ inuentio.

Proposito quouis cubo cuius latus inuestigandum sit, distingue eum post ternas quasq; figuras commate interposito, quot enim erunt membra tot erunt notæ lateris: iamq; Primò scribe vel adscribe membrum non absolutum sinistimum. Secundò triplum quadrati radi-

cum

cum antecedentium ſcribatur pro verſu ſecundo, & habes diuiſorem per quem collatum cum primo verſu coniecturam facies de quotuino ſeu nota areæ. Tertiò ponatur triplum antecedentium radicum, cum addita nota areæ ſeu quotiente, qui etiam intra lunulam ſcribatur. Quartò, quintò & ſextò, vt ſupra in generali. Septimo ſubtrahatur verſus ſextus à primo, reſiduumq; notetur infra lineam. Hoc præceptum repetendum eſt quoties opus erit. Si vero ſextus verſus maior proueniat primo, delendi ſunt ſextus, quintus, quartus verſus: & nota primi loci in tertio verſu cum ea quæ intra lunulam eſt, atq; per minorem notam operatio inſtituenda eſt. Primæ quoq; areæ operatio abſolui poteſt per tabulam in qua ſunt primores cubi cum ſuis radicibus. Sed hæc leuia ſunt, vel ſi alicui grauia videantur exemplo innoteſcent. Sit cubus 256047875. cuius latus inquirendum.

Pono ſic atq; iuxta præceptum reſoluo.

```
        2 5 6, 0 4 7, 8 7 5.
              0
I             6  (6
            3 6
            3 6
          2 1 6
     ---------------------
            4 0 0 4 7
            1 0 8 0 0
II              1 8 3   (3
                5 4 9
          1 1 3 4 9
          3 4 0 4 7
     ----------------------------
              6 0 0 0 8 7 5
              1 1 9 0 7 0 0
III                 1 8 9 5   (5
                    9 4 7 5
            1 2 0 0 1 7 5
            6 0 0 0 8 7 5
     ----------------------------------
```

Nihil manet.

Dico igitur Cubi 2 5 6 0 4 7 8 7 5 latus esse 6 3 5.

Explicatio exempli.

Primæ areæ primus versus habet membrum finiſtimum non abſolutum, 2 5 6.

Secun-

Secundus duplum radicum antecedentium 0, quia radices antecedentes nullæ fuerunt. Tertius triplum radicum antecedentium nullum, cum nota areæ 6. Quartus est productum ex nota areæ 6, in versum tertium 6. Quintus est summa secundi & quarti, Sextus est productum ex nota areæ 6 in versum quintum cui subducitur linea vt post subtractionem sexti à primo residuum sub lineâ scribatur: manentq; 40. Potest etiam prima area absolui beneficio tabulæ in qua sunt primorum cubi cum suis lateribus. Quia enim sinistimum membrum est 256, si cubus proxime minor cuius latus est 6 hoc est 216, ab isto membro subtrahatur, manebunt vt prius 40.

His deinde adiungo membrum non absolutum sinistimum 047 vt sit 40047 residuum auctum secundo membro, pro primo versu secundæ areæ. Secundus est triplum □ partis A. Quia enim anterior radix quæ per A notatur est 6, quadratum eius est 36, cuius triplum 108. augetur vero 00, quia 6 prioris areæ in secunda area valent 60: sunt ergo pro secundo versu 10800 per quem quæro notam areæ meditãdo quoties secũdus versus 10800

in pri-

in primo 40047 contineatur: manifestum autem est contineri ter

Tertius versus est triplum A ✠ B Quia enim A valet in hac area 60, triplum erit 180 quibus addo B hoc est notam areæ 3 meditatione inuentam, fiuntq; 183 pro versu tertio: pono etiam 3 intra lunulam. Quartus versus 549 fit ex ductu versus tertii 183 in notam areæ 3. Quintus 11349 est summa secundi 10800 & quarti 549. Sextus 34047 fit ex ductu versus quinti 11349 in notam areæ 3. subscribitur tandem linea, & facta subtractione sexti a primo manet 6000 residuum; quod tandem augetur membro 875, vt sit primus versus 6000875, tertiæ areæ. quam cum suis versibus facile intelliges si generale præceptum applices vt iam toties factum vides.

Confer iam si placet genesim cum analysi manifestum erit cuiuslibet numeri tanquam lateris dari cubum: non verò cuiuslibet numeri tanquam cubi dari latus exactum. Numeri autem quorum latus exactum dari non potest, surdi vocantur, de quibus peculiaris est doctrina. Vt verò notas quasdam habeas quibus vtcunque cubos cognoscere possis,

has re-

has regulas videto, quæ tamen non conuertuntur.

1. Ex omni cubo si abiiciantur 9 vt in abiectione nouenaria fit manet vel 1 vel 8 vel 0.

2. Omnis cubus cuius prima figura est 2 secundo loco habet imparem notam.

3. Omnis cubus cuius prima figura est 4 vel 8, secundo loco habet parem, vel 0.

4. Nullus numerus inchoatus à 0 vel 0 0 potest esse cubus: Cyphræ enim omnes ternario numerabiles sunt in cubo.

5. Numerus habens primam notam 3 nisi proxime sequens sit 2 vel 7 cubus esse non poterit.

Et hactenus de cuborum genesi & analysi.

CAPVT XIV.

De Variis exemplis.

IAm nunc varia exempla proponemus, in quibus antecedentium præceptorum puer vsum cognoscet: permiscebimus autem & ludicra vt in his pueri ingenium exerceatur cum animi quadam iucunditate.

Modus

Modus diuinandi ex Ioachimo Fortio.

Incidi in aulicum quendam qui se multa nosse iactitabat. Concipe inquit, mente numerum aliquem. Id feci, accepi duo. Tum ille: hic (adstabat enim alter quidam) dat tibi numerum parem tuo, collige vtrumq;. Id quoq; feci. Et ego, ait, addo quatuordecim. Hæc itidem eius iussu priori summæ coniunxi. Iamcollegeram duodeviginti. Age, inquit, summæ totius dimidium reiice. Id feci ac seruaui nouem. Et redde huic suum. Reddidi nempe binarium. Tum ille nouit mihi superesse septem, quum tamen non dixeram cuiusmodi numerum initio concepissem. Ego protinus rem admirans, rogare cæpi, vt artem me doceret. Memoria tene, inquit, quo ordine sum progressus, semper dimidium numeri relinquetur, quem ipse dederis cogitanti. Si enim quatuordecim tu adieceris, septem retinebit: si viginti, decem: si vndecim, quinq; cum semisse. Illi rursus respondi hoc modo. Concipe mente numerum dixit se habere. Ei adde dimidium. Feci, ait. Rogabam num ha-

beret numerum imperfectum, veluti cum dicimus tria cum semisse quatuor aut quinque cum semisse: aiebat se habere. Fac integrum hoc est pro semisse repone vnitatem: reposuit. Age, inquam, totius numeri quem modo collegisti rursus adiice dimidium: id itidem fecit. Interrogabam num vt ante numerum haberet imperfectum: habeo ait. Iussi vt faceret integrum, quod fecit. Remoue, inquam, de summa collecta nouem: dicebat se remouisse. Agedum adhuc nouem abiice. non possum ait. Tum ego sciui ipsum accepisse septenarium. Nam è priore additione imperfectio prouenien vnum notat: è posteriore duo. Ad hæc quoties 9 abiecerit toties eum quatuor habere manifestũ est Hæc Fortius. In priore diuinãdi modo fallacia quædam est Namq; totum quod ille concepit reiicitur, eius vero quod diuinator addit dimidium manet: imo potest ita multiplex additio vel subtractio fieri vt tertia vel quarta pars relinquatur. Alterius modi demonstrationem reperies apud Ioannem Baptistam Benedictum patritium Venetum Theoremate CXVI. imo apud eundem Theoremate CXVII reperies alium

diuinan-

diuinandi modum qui eidem inter iocos in honestorum hominum cętu in mentem venit. Si enim aliquis quemuis numerum animo cõprehendat eiq; alium numerum propositum addat, & à tertia parte huius summæ tertiam partem numeri imaginati detrahat: residuum, secundi numeri adiuncti id est propositi tertia pars erit. Demonstrationem ibidem reperies, similisq; est priori.

Ex Buteone Quæstio.

Villatica puella canistrum ouorum ad mercatum capite ferens ab equite prætereunte, in angiportu concussa, perfregit onus, qui damnum rependere volens, quot oua portabat interrogauit. At illa puellariter numerum ignorans respondit. Cum oua mea domi bina numerarem vnum mihi superfuit in fine. Et numerando terna superfuerunt duo; quaterna vero, tria; quina deinde quatuor: sena, quinq;: Septena tandem computans nihil residuum habui. Quæritur quot oua fuerunt in canistro?

Buteo putat in istis regulam vix posse constitui fortasse quod eam reperire non potuerit. Quia vero post numerationẽ per 2, 3, 4, 5, 6,

aliquid superest, per 7 nihil, inde colligit numerum ignotum imparem esse qui producitur ex multiplicatione 7 in aliquem imparem, quem 3 & 5 non metiuntur. Tales autem sunt 7 11. 13. 17. Multiplicando igitur 7 per 11, 13, videbis producta non respondere quæsito. At 17 ducta in 7 producunt 119, qui impar est, eoq; diuiso in 2, 3, 4, 5, 6, supererunt ordine 1, 2, 3, 4, 5, sed diuisione facta in 7 nihil supererit. Dicemus itaq; ouorum numerum in canistro fuisse centum decem nouem. Atq; sic quæsitum soluit Buteo. Verum est regula qua hæc quæstio soluitur vt ex sequentibus intelliges.

Alia ratio diuinandi.

Chronologi ad tempora commode deducenda vtuntur tribus cyclis: Lunæ quem alias Aureum numerum vocant, qui constat reuolutione annorum 19. Solis qui continet annos 28. Indictionis quæ est annorum 15. Iamq; si istos tres cyclos multiplicemus cōtinuò 19. 28. 15. producetur numerus 7980. intra quod annorum spacium tres cycli semel tantum cōcurrunt. Vt isto anno quo hæc in lucem da-

mus Cyclus Lunæ est 6 Cyclus Solis 5. Indictio 3. Atq; isti tres cycli non poterunt simul concurrere, nisi post annos 7980. Vocaturq; iste numerus Periodus Iuliana. Scaliger eam magno rei temporariæ bono induxit. Tres enim cycli quibus constat, sunt fidissimi temporum custodes, atq; his ita tempus figitur vt loco moueri non possit. Exempli gratia: Prima Olympias celebrata est cyclo Solis 1º Lunæ 5 Indictione 8. Nunc vero annus currens habet cyclum Solis 5. Lunæ 6. Indictionem 3. Quot anni iam ab Olympiade prima fluxerunt? Ad has igitur quæstiones soluendas illud multum faciet si quæras

	28		4
Quis numerus diuisus per	19	relinquit	3 ?
	15		6

Hanc quæstionem Chronologiæ vtilissimam Mulerius beneficio tabulæ absoluit cap: 8. Isagog: in Calendarium. Quid si tabula careamus? Atqui imitatione diuinationis quam vsurpant Arithmetici quæstio soluetur. Primo igitur diuinationem pono.

Est numerus quidam ignotus quem sic inquiro, iubeo illum diuidi per 3. residuumque

mihi dari, postea per 5, tandem per 7. Residua omnia noto. Iam post primam diuisionem, quot vnitates residuæ fuerunt, toties pono 70. quot vnitates manent post secundam diuisionem, toties pono 21. quot vnitates manent post tertiam diuisionem, pono 15 toties. Facta summa diuidatur per 105, manebitque residuum nulla quotientis habita ratione, pro numero qui ante ignotus fuit. Causam præcepti sic inquisiui: 105 vsurpantur in operatione quia is numerus prodit ex continua multiplicatione 3, 5, 7. 70 vsurpantur, quia is numerus per 3 diuisus relinquit vnitatem, diuisus autem per 5, aut 7, relinquit 0. est duplus facti ex 7 & 5. Nam 7 sumpta quinquies faciunt 35, hæc diuisa per 3 relinquunt 2. Non potest itaq; seruire is numerus. Accipio duplum 70: Iam is seruiet. Ergo pro qualibet vnitate manente post diuisionem per 3, ponenda sunt 70.

Pro qualibet vnitate manente post diuisionem in partes quinq; ponuntur 21. Ratio est quia is numerus per quinq; diuisus vnitatem relinquit: at diuisus per 3 vel 7, relinquit 0. Est enim factus ex multiplicatione 7 in 3.

Pro qua-

Pro qualibet vnitate manente poſt diuiſionem in partes 7 ponuntur 15. quia is numerus diuiſus per 7 relinquit vnitatem: at diuiſus per 3, per 5. relinquit 0. Eſt enim factus ex multiplicatione 3 in 5.

Iam nunc imitari libet artem in maiori numero. Sunt tres diuiſores 19. 15. 28.

	19		15		285
Ex multiplicatione	28	in.	15	fiunt	420
	19		28		532

Itaq; ſumantur 285, & diuidantur per 28, manent 5. Talis nunc numerus inquirendus eſt qui relinquat vnitatem, ſitq; multiplus numeri 285, hoc eſt diuiduus à 19 & 15. Itaque ſumpto initio à 5 continue illa ſibi addo, abiiciendo 28 cum excreuerint, donec proueniat 1. Sic 5, 10, 15, 20, 25, 2, 7, 12, 17, 22, 27, 4, 9, 14, 19, 24. 1. Quia in iſta additionis continuatione numeri ſunt 17, multiplico eadem per 285 prodeunt 4845. Dico nunc datum numerum diuiduum quidem eſſe à 19. 15. at ſi per 28 diuidatur relinquetur vnitas. Deinde 420 exacte diuiduntur à 15. 28. at ſi diuidantur per 19 relinquunt 2. Additione igitur continua binarii abiiciendo 19 cum excreuerint

inquiro numerum, per quem multiplicari debent 420. sic. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 1. Numeri sunt 10 Multiplico 420 per 10 fiunt 4200. Is igitur numerus diuiduus est à 15 & 28, at si diuidatur per 19 relinquetur 1.

Iam numerus 532 diuiduus est exacte à 19 & 28. At si diuidatur per 15, relinquet 7. Arte iam exposita procedo. 7, 14, 6, 13, 5, 12, 4, 11, 3, 10, 2, 9, 1, Numeri sunt 13. Multiplico 532 per 13 fiunt 6916. Is numerus diuisus per 15 relinquit vnitatem: exacte diuiditur, per 19, & 28. Ex his ad quæstionem propositam soluendam, via patet.

Quia enim numerus ignotus diuisus.

	19		3
per	15	relinquit	6
	28		4

Multiplico 4200 per 3 fiunt 12600
Multiplico 6916 per 6 fiunt 41496
Multiplico 4845 per 4 fiunt 19380

Factorum summa est 73476: quam diuido per 7980 (hic numerus producitur ex continua multiplicatione 15. 19. 28) in quotiente veniunt 9. Sed huius nulla ratio habetur manent 1656. Is ergo numerus quæstioni satisfacit.

In qua-

In quatuor numeris atq; adeo pluribus ars exposita sufficiens erit. Vt si quæratur

Quis numerus diuisus per	3	relinquit	2
	7		6
	11		10
	13		12

Factus à 3, 7, 11, 13, continua multiplicatione est 3003.

Factus à 7, 11, 13, est 1001: sed diuisus per 3 non relinquit vnitatem, ideoq; secundum artem expositam inuentus est alius 2002.

Factus à 3, 11, 13, est 429. sed diuisus per 7 non relinquit vnitatem, huius multiplex 1716 hac ratione diuiduus est.

Factus à 3, 7, 11, est 231 sed diuisus per 13 non relinquit vnitatem: huius multiplus 924, hac ratione diuiduus est.

Factus à 3, 7, 13, est 273 sed diuisus per 11 non relinquit 1. huius multiplus 1365 hac ratione diuiduus est.

Ex his solues quæsitum. Atq; eadem ars est quam Buteo ignorauit.

His præmissis nonnulla ex Chronologia ponemus, in quibus studiosus Arithmeticæ exerceri poterit.

Mundi origo secundũ varios variè statuitur.

Nam alii ponunt conditum cyclo solis 24 Lunæ 11 Indictione 2.

Mirãdula Cyclo Solis 16 Lunæ 3. Indict. 9.

Gerardus Mercator cyclo solis 19. Lunæ 6. Indictione 12.

Butingius cyclo solis 18 Lunæ 5 Indict. 11.

Beroaldus cyclo solis 2 Lunæ 7 Indict. 6.

Scaliger & Dionysius abbas solis 8, Lunæ 4, Indictione 14.

Sic & natiuitas Domini secundum Dionysium, cadit in annum periodi Iulianæ 4 7 1 3 exeuntem, quo tẽpore cyclus solis fuit 9 Lunæ 1 Indictio 3.

Porro in periodo Iuliana quam diximus contineri numero annorum 7980 Cyclus solis inuenitur diuisione per 28: Quicquid enim superfuerit pro cyclo solis habendum est. vel si nihil relinquatur, 28 sumenda sunt pro cyclo solis. Cyclus Lunæ seu aureus numerus inuenitur diuisione per 19: Namq; quotientis nulla ratione habita residuum haberi debet pro Lunæ cyclo. Indictio quæritur eodem modo, sed diuisio fit per 15.

In annis vero Christi.

Pro Cyclo { *Solis* / *Lunæ* / *Indict.* } *adde annis Christi* { 9 / 1 / 3 }

aggregatum diuide per { 28 / 19 / 15 }

Residuum enim monstrabit cyclum { *Solis* / *Lunæ* / *Indict.* }

Ad diuisioné vero perficiendam in inuétione trium istorũ cyclorum hæc seruiet tabula.

	Solis	Lunæ	Indict,
1	28	19	15
2	56	38	30
3	84	57	45
4	112	76	60
5	140	95	75
6	168	114	90
7	196	133	105
8	224	152	120
9	252	171	135

Artificium huius componendæ supra iam expositum habes. Videsq. rationes istas diuinandi non esse ociosas, imo multo plures adhuc vtilitates possent proferri.

Alia

Alia diuinandi ratio ex Stifelio.

Est hoc, inquit, iucundum cernere, vt duo numeri immediate se sequẽtes in naturali ordine numerorum quicunq; tandem sint illi duo numeri, reddant tot terminos progressionis naturalis numerorũ quot ipsi inter se multiplicati fecerint vnitates, vt (exempli gratia) 4,5, inter se multiplicati faciunt viginti vnitates. itaq; 4 & 5 reddunt quemlibet numerum ab vnitate vsq; ad 20.

Iam si numerus à te sit electus, qui mihi sit occultus quem tu dicas scribi quatuor figuris tunc ego recipio duos aliquos numeros immediatos, qui inter se multiplicati faciant numerum quinq; figuris scribendum (vt certus sim meum productum superare tuum electũ quantitate) vt sunt hi duo numeri 100. 101 quorum multiplicatio facit 10100.

Peto igitur vt diuidas numerum à te electum per meum priorem id est per 100, dicasq; mihi quantum remaneat. Eum autem numerum qui remanet multiplico per meum posteriorem & seruo productum.

Secundo peto vt tuum numerum electum diuidas per meum posteriorem numerum id

est per

est per 101, dicasq; quantum remaneat. Eum autem numerum qui remanet multiplico per quadratum mei prioris, & illi producto addo id quod prius fuerat reseruatum: & aggregatũ illud diuido per numerũ qui prouenit ex multiplicatione duorũ meorum numerorũ primo receptorum (id est per 10100 cum receperim 100 & 101) tunc apparebit semper numerus à te electus in residuo diuisionis meæ. Hæc Stifelius: neq; dari potest numerus tam occultus, quem hac arte non euoluas: si pro vastis numeris vastos quoq, sumas vnitate solum differentes vt 1000, 1001 vel 1000000 1000001 &c.

Ludicrum ex Buteone.

In naui vectores quindecim Christiani, totidemque Iudæi, suborta tempestate magna, omni iam desperata salute, de facienda iactura conueniunt, non solum mercium penitus, sed etiam vectorum dimidiæ pa tis, in hunc modum. Vt fortuito dispositis omnibus decimus quisque à Nauarcho numeratus ordine continuo proiiceretur in mare. Sors autem ita tulit, vt in Iudaicam nationem compleretur decimatio tota: Quæritur dispositionis

ordinatio. Ad inuestigationem istam ars longè minus valet experimento Quod fiet in hunc modum. Describatur series triginta cyphrarum, & à prima initium faciendo decimam quamq. delebis, pro ea 1 reponens; atq; sic ad quindecim vsque. Et ita 0 Christianos, 1 vero Iudæos notabunt. vt hic vides.

00 1 000 1111 00 11 0000 1 0 111 0 11 00 1

Neq; solum per decades, sed per alios etiam numeros, vt puta 6, 7, 9, 11, ac reliquos, dispositio poterit institui.

Ad ordinem vero hunc memoria retinendum versus circumferuntur in quibus numeri ordine vocalium designantur, vt ad decimum eiiciendum iste:

Rex Paphi cum gente bona dat signa serena

00 1 000 1111 00 11 0000 1 0 111 0 11 00 1

Ad nonum iste.

Populeam virgam mater regina tenebat

0000 11111 00 1 000 1 0 11 00 111 0 11 00 1

Ad octauum iste.

Andream male decantet Pia carmine eodem

0 11 0 100 11 0 11 000 1 0 111 00 11 0000 11

Ad septimum deniq; contendentibus Iudæis, vt septimus eiiceretur Iudæo primum constituto, barbarum istud carmen.

Anglia dat lites tibi latas tempore factas

1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 1

Similemq; in aliis numeris ludum imitatione puer instituet. Vt si centum sint, è quibus quinquaginta essent eiiciendi, numeratione per 10 aut 20 facta.

De ambitu terræ.

Villebrordus Snellius in suo Eratosthene Batauo, magno ac perpetua laude digno labore ambitum terræ dimensus est. Tribuit autem vni gradui 28500 perticas Rhynlandicas. Pertica vero Rhynlandica continetur duodecim pedibus Rhynlandicis: seu quod idem est demonstrante Snellio Romanis. Est vero pes Rhynlandicus ad vlnam Cracouiensem vt 6.9 2 ad 1 2 8 7. Quæ proportio vtcunq; expressa est ex chartaceo semipede Snellii. Si igitur velis cognoscere ambitum terræ in vlnis Cracouiensibus sic procede. Quia vnus gradus circuli maximi terræ continet perticas Rhynlandicas 2 8 5 0 0, hoc est pedes Rhynlandicos 3 4 2 0 0 0: gradus autem in circulo sunt 3 6 0: si multiplicaueris 342000 in 360, factus numerus 1 2 3 1 20000 ostendet ambitum terræ in pedibus Rhynlandicis. Cumq;

pes

pes Rhynlandicus ad vlnam Cracouiensem sit vt 692 ad 1 2 8 7 manifestum est 1287 pedes Rhynlandicos æquari 692 vlnis Cracouiensibus. Si igitur fiat vt 1287 ad 692 sic 123120000 ad quem? Facta multiplicatione 123120000 in 692 fiunt 85199040000: hisq; diuisis per 1287 veniunt in quotiente 66199820 $\frac{360}{1287}$ vlnæ Cracouienses quibus ambitus terræ continetur. Abiiciatur autem fractio, atq; numerus rotundus 66199820 pro ambitu sumatur. Facta enim eius diuisione in 360 partes venient 183888 $\frac{7}{19}$ Cracouienses vlnæ, quæ vni gradui respondebunt, & quæ æquantur 15 milliaribus Germanicis, quæ antea tribuebantur vni gradui sed nulla mensura definita. Itaque vnum milliare Germanicum æquabitur 1635 fere perticis Cracouiẽsibus. Pertica vero Cracouiensis continet Cracouienses vlnas 7 $\frac{1}{2}$

De Diametro terræ.

Demonstrat Archimedes diametrum ad circumferentiam esse vt 7 ad 22. Si igitur fiat vt 7 ad 22 sic 66199820 ad quem? Respondeo 208056577 $\frac{1}{2}$ Atq; tot vlnis Cracouiensibus diame-

diameter terræ continetur, tantoq; interuallo à nobis nostri Antipodes distant. Si libet diametrũ terræ exactius definire assumatur diametri ad circulum ratio exactior. vel Metii qui rationẽ diametri ad peripheriam ponit, vt 113 ad 355. vel Frãcisci Vietæ 1000000000 ad 3141592655 minorem, & si 6 in fine statuas maiorem iusto: vel Adriani Romani 1000000000000000 ad 3141592653589793 minorem, & si 4 in fine ponas vero maiorem. Vel summi Logistæ Ludolphi 100 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 ad 314 159 265 358 979 323 846 264 338 327 950 minorẽ vero, & si pro 0 in fine 1 ponas maiorem vero: quos terminos non tantum in suis libris expressit, verum etiam sepulchro suo tanquã laborum suorum quos exantlauit maximum, incidi voluit: imitatus Archimedem qui sphæræ & cylindri rationem in cuius inuentione vehementius elaborasset sepulchro suo incidi voluit.

Aliquid hoc loco dicendum fuit de superficie terræ globi. sed in Geometria id commodius fiet Henischius in libro de asse nonnihil retulit. Quinq; terræ partium (inquiens)

plana (gibba potius dicenda fuit) superficies incerta est. Charta Coloniensis dubio calculo Europæ tribuit iugera 1316278. Asiæ 3194000, Africæ 3136000. Peruuiæ 2344000. Nouæ Hispaniæ 2744000. Atq; hæ duæ posteriores sunt in America, quæ potius Columbina esset nominanda in honorem summi Argonautæ Columbi qui primus ad illas regiones viam monstrauit. Posset certe is conqueri:

Has ego monstraui terras sed nominis author
Est alius: vobis vellera fertis oues?

De Terræ ad Solem comparatione.

Præmitto primum de rationum multiplicatione. Ratio duplicari dicitur cum antecedentes & consequentes rationum termini quadrantur, hoc est in se ducuntur. Triplicari vero dicitur cum iidem cubantur, hoc est cum terminorum cubi assumuntur. Vt si ratio 3 ad 4 duplicanda sit. antecedentem terminum 3 in se duco prouenit 9 quadratum: deinde 4 consequentem duco in se proueniunt 16. Dico igitur rationem 3 ad 4 duplicatam facere 9 ad 16. Sic intelligendum est de triplicatione. Vt si ratio 2 ad 3 triplicanda

sit, an-

antecedentis 2 cubum ſumo, hoc eſt 2, 2, 2, multiplico fiunt 8. deinde conſequentis cubum ſumo, hoc eſt multiplico 3, 3, 3, fiunt 27. Dico igitur rationem 2 ad 3 triplicatam facere 8 ad 27.

Exemplum ſic habes.

Duplicatio		Triplicatio	
3 3	9 .	2. 2. 2.	8 .
4 4	16 .	3. 3. 3	27 .

Hoc præmiſſo Demonſtrauit Ptolemæus terræ diametrum ad ſolis diametrum eſſe vt 2 ad 11. Si igitur placet cognoſcere quantò ſol maior ſit terræ globo, quia Spheræ ſunt in triplicata ratione ſuorum dimetientium, ideo cubum numeri 11 hoc eſt 1331 diuide per cubum numeri 2 hoc eſt 8. Quotiens enim mõſtrabit quæſitum. cumq; quotus ſit $166\frac{3}{8}$ manifeſtum eſt ſolem maiorem eſſe terra centies ſaxagies ſexies cum $\frac{3}{8}$

Hoc loco etiam referendum fuit, aliud Thaletis magno & ſublimi ingenio Philoſophi inuentum: quam rationem habeat magnitudo Solis ad magnitudinem eius orbis quem ſol ipſe annuo curſu metitur ac cõficit, quod cum

reperiſſet, ſimulq; quomodo id Geometricâ ſubtilitate demonſtrari poſſet, eam rationem cum Prienenſi quodam homine talium rerum curioſo ac diuite & copioſo communicauit. Qui & acumen Thaletis & inuenti pulchritudinem admiratus, præmiũ à ſe illum quantum vellet optare iuſsit. Nullum à te (inquit Thales,) aliud præmium poſco niſi vt ne tibi vńquam huius inuenti gloriam arroges, ſed ſi quando eius alios participes facere volueris authorem illius eſſe me perpetuo profitearis. Refert hoc Thaletis dictum Muretus in variarum lectionum libro. Verum de hoc inuento aliisq; eo pertinentibus alio loco dicemus.

De Arenæ numero.

Extat liber Archimedis de Arenæ numero, in quo ad Regem Gelonem ſic ſcribit: Arbitrantur nonnulli rex Gelon arenæ numerum infinitum eſſe. Dico autem non ſolum eius quæ eſt circa Syracuſas & reliquam Siciliam, ſed etiam quæ in omni regione habitabili pariter & inhabitabili continetur. Sunt præterea alii qui non illum quidem infinitum putant, ſed nullum dari denominatũ numerum poſſe

credant,

credant, qui illius multitudinem exuperet. Itaq; eos qui ita opinantur, ſi eiuſmodi arenæ aceruum animo comprehenderent, cuiuſmodi eſſet ſi vniuerſa terra repleto in ea mari & cauitatibus omnibus altiſsimorum montium vertices exæquaret, atq; huius ipſius rurſum alterum multiplicem excogitarent, minime dubium eſt exiſtimaturos illius multitudinem numeros longe omnes multumq; ſuperare. Ego vero id oſtendere conabor demonſtrationibus Geometricis quas tu ipſe aſſequeris, eorum videlicet numerorum qui à nobis expreſsi, traditiq; ſunt in iis quæ ad Zeuxippum ſcripſimus nonnullos, non ſolum arenæ multitudinem ſuperare, quæ terræ vndiq; repletæ vt diximus æqualis eſſet, ſed etiam quæ ipſi mundo parem haberet magnitudinem. Non enim ignoras mundum à compluribus Aſtrologis appellari ſphæram cuius centrum quidem eſt terræ centrum; ſemidiameter autem eſt æqualis lineæ inter centrum ſolis & terræ centrum interiectæ. Hancq; occaſionem Archimedes poſtquam recenſuit, aſſumit nonnulla de magnitudinibus, ac primo Terræ ambitum eſſe tercentum myriadum ſtadiorum

& non maiorem. Nam cum ſecundum eos qui hoc demonſtrare aggreſsi ſunt ſit veluti 30 myriadum ſtadiorum, Archimedes exuperans ponit veluti decuplam eius. Aſſumit adhuc diametrum Terræ maiorem eſſe diametro Lunæ, & diametrum ſolis maiorem diametro Terræ. Præterea ſolis diametrum trigintuplam eſſe diametri Lunæ & non maiorem. Adhæc diametrum ſolis maiorem eſſe latere figuræ mille angulorum in maximo mundi circulo deſcriptæ: hoc autem largius poſuit, cum Ariſtarchus dicat ſolem velut ſeptingenteſimá vigeſimam partem circuli ſignorum apparere. Et ex his ſubtili ratiocinio deducit illud de diſtantiis Diametrũ mundi minorem eſſe quàm centum myriadum myriadum ſtadiorum. Quia vero ex Ariſtarchi ſententia terra ad mũdum eſt, vt mundus ad ſphæram ſtellarum inerrantium, ideo hinc diſtantiam ſphæræ ſtellarum inerrantium verâ maiorem colligit. Tandemq; aſſumit ſphærulam papaueris grano æqualem contineri 10000 arenulis ſeu puluiſculis, quæ profectò ſubtiliſsima ſectio eſt: diametrumq; eiuſdem ſpherulæ eſſe quadrageſimam partem digiti Geometrici, in quo adhuc

adhuc Archimedes largior est iusto, cum deprehenderit 35 grana papaueris in rectam lineam disposita, & se inuicem tangentia, digitum Geometricum superare. Et ego expertus sum 40 grana papaueris excedere sedecimam partem vlnæ Cracouiensis, quod facile quiuis probare potest; nisi forte grana papaueris alicubi maiora vel minora sint. Ex his igitur quæ assumit Archimedes nos præcipua ordine ponamus, vt puer tanto facilius concipiat.

1. Sphærulam æqualem grano papaueris puluisculis 10000 contineri.

2. Digitum Geometricum esse quadragecuplum diametri sphærulæ papaueris, quamuis multo minor sit.

3. Stadium continere 10000 digitos Geometricos, quamuis multo pauciores cõtineat.

4. Terræ diametrũ cõtinere stadia 1000000: quamuis tot non contineat, in excessu tamen ponamus.

5. Mundi, vt accipiebatur ab Astrologis Archimedis temporibus: diametrum esse 100 0000 0000 stadiorum: quamuis multo pauciora contineat.

6 Quia vero ex Ariſtarchi ſententia quam hoc loco vſurpauit Archimedes, Terra ſic eſt ad ſolis ſphæram, vt ſolis ſphæra ad ſphæram ſtellarum inerrantium, ideo diameter ſphæræ ſtellarum inerrantium erit 1000000 0000 0000. ſtadiorum. & quamuis minor ſit, ita tamen habeatur.

Ex his numeros arenæ Archimedis inquiramus.

Quia digitus Geometricus quadragecuplus ponitur diametri ſphærulæ papaueris, ideo ſphærula quæ diametrum habet æqualem digito Geometrico (vocetur compendii cauſa B) continebit 64000 ſphærulas papaueris. Sphæræ enim vt iam dixiſunt in triplicata ratione ſuorum dimetientium. 1 40
Vna vero ſphærula papaueris 1 1600
conſtat puluiſculis 10000 Er- 1. 64000.
go B continebit 640000000 puluiſculos
Vtque largiores ſimus, ponamus continere 1000000000.

Aſſumamus rurſus ſphæram quæ habet diametrum ſtadii vnius (voceturq; compendii cauſa C). Quia vero ſtadium vnum ex hypotheſi continet 10000 digitos Geometri-

cos, ideo ſphæra B ad ſphæram C eſt vt 1 ad 1000000000000.

1 . 10000

1 . 100000000

1 . 1000000000000

Continet autem ſphæra B puluiſculos 100 000000. Ergo ſphæra C continebit 10000 0000000000000000000 puluiſculos.

Aſſumamus deinde ſphæram terræ in qua diameter ſit 1000000 ſtadiorum, voceturq; D: Multiplico 1 0 0 0 0 00 cubicè fiunt 1 00 0000 000000 000000. Itaq; ſphæra C ad ſphæram D erit vt 1 ad 1000000 000000 000000. Continet autem ſphæra C puluiſculos 1 000 000 000 000 000 000 000 Ergo D cõtinebit 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000. Totq; in terræ globo puluiſculi erunt ex hypotheſi.

Aſſumamus deinde ſphæram mundi in qua diameter ſit 10000000000 ſtadiorum voceturq; E. Multiplico hanc diametrum cubicè fiunt 1 0000000000 0000000000 000 0000000. Itaq; ſphæra C ad ſphæram E erit vt 1 ad 1000000000000000000000

000000000. Continebit ergo puluiſculos 1000000000000000000000000000 000000000000000000000000. Atq; tot ſunt puluiſculi in mundo Archimedis.

Quia vero eſt vt terra ad mundum ſic mũdus ad ſphæram inerrantium Terra autem eſt puluiſculorum 1000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000: Mundus vero eſt puluiſculorũ 1 00000000 00 0000000000 0000000000 00000 00000 00000000000: ideo terra in mundo continebitur 1000000000000 es Multiplico igitur mundi puluiſculos per 100000 0000000, & producuntur 10000000000 0000000000000000000000000000 00000000000000000000000000 puluiſculi ſphæræ inerrantium.

Poteſt vero adhuc maior numerus dari: Ergo errant qui arbitrantur numerum arenæ tantum eſſe vt omnem numerum exuperet, Adrianus Romanus vaſtiſsimis numeris vſus eſt in methodo polygonorum, de quibus etiam ſic monuit. Quod ad calculum attinet licet is non ſine inſigni diligentia ſit inſtitutus hominem tamen me eſſe cognoſco, errori ob-

noxi-

noxium tum in aliis, tum in hoc difficilimo opere in quo numeri proponũtur aliqui quos manus quidem notare, voxq; exprimere, mens componere valet, rerum tamen materialium natura assequi non potest. Etenim si vniuersum quod extima superficie primi mobilis cõprehenditur arenulis repleretur, totq; mundi huic similes à Deo crearentur, quot vniuersum hoc contineret arenulas, qui itidem mundi omnes solis constarent arenulis: tamen numerus arenularum omnium illorum mundorum à numeris plerisq. quibus hic (in Methodo polygonorum) vtimur, longo interuallo superaretur. Hæc Adrianus: vnde intelliges quantæ Mathematicorum in numeris diuitiæ sint: quas primus Archimedes demonstrare aggressus est. Sed iam satis in arena lusimus.

Aliud ex venerabili Beda.

Limax inuitabatur ab hirundine ad prandium intra leucam vnam: vno autem die non potuit plusquam vnciam pedis ambulare. Dicat qui velit intra quot annos vel dies ad idem prandium limax peruenit.

Solutio.

In leu-

In leuca vna ſunt 1500 paſſus, hoc eſt 7500 pedes in quibus 90000 vnciæ. quot vnciæ tot dies fuerunt: qui faciunt annos cõmunes 246 atq; dies 210 Tale nobis prandium illi apponunt, qui dum ſtipendium pro Aſtrologia expoſcimus nihil aliud præter ſpem grauiſsimũ in re nummaria mentis tyrannũ remittunt, vt mihi videatur facta fundatio non pro Aſtrologia ſed pro forenſi ſtrepitu. Talem ab iſtis Arithmeticam, tam ieiunam ac ſterilem habemus. Sed accedam aliquãdo ad ſupremum regni tribunal atq; rogabo ne permittant meditationes noſtras Mathematicas, ſtrepitu iuris circa exigui cenſus exactionem impediri.

Aliud ex Scholis Mathematicis.

Conuiuarum vnus repertum annulum geſtat certi digiti, certo articulo quæritur quis ſit hic conuiua, quo ve & digito & articulo annulum habeat. Primo rogo te (qui ſcis) vt notes perſonam aliquam vnde cæteræ numerentur: deinde ſiniſtrorſum pollex dextræ primus ſit digitus & pollex ſiniſtræ vltimus, articulus vero vngui proximus ſit primus. Tũ vero à prima perſona incipiens tacitus numera vſq;

ra vſq; ad annulatam perſonam, cumq; numerum rurſus decupla, decuplo adde numerum digiti, totum rurſus decupla, & tandem adde numerum articuli, cumq; id tecum egeris tantum ſummam mihi dicito, tum reſpondebo: Totius numeri tertiâ notâ ſignificari perſonā, ſecundâ digitum primâ articulum. Vt à perſona prima annulatus ſit quintus, digitus ſeptimus, articulus tertius. 5 numerum annulati decuplabis & facies 50. addes 7 numerum digiti, totus erit 57, qui decuplatus erit 570 adde 3 numerum articuli totus erit 573 & tertia nota perſonam ſignificabit ſecunda digitum tertia articulum. Si ſecunda ſit o ſume 10 à tertia pro ſecunda, vt in eodem exemplo ſi digitus ſit 10 & articulus ſecundus primo 5 decuplatus facit 50 & 10 additis totus eſt 60 decuplus eſt 600 & addito 2 pro numero articuli totus eſt tandem 602. Itaq; tertia nota 5 erit pro perſona, cum detraxeris 10 pro ſecunda hoc eſt numero digiti.

Aliud ex venerabili Beda.

Quomodo diuinandum ſit qua feria ſeptimanæ aliquis rem aliquam fecerit.

Nume-

Numerum alicuius feriæ nomen continentem, quem aliquis mente concipit, primo debet duplicare, deinde illi numero duplicato quinq; adiungere ipſamq; ſummam quæ ex his collecta eſt quinquies multiplicare: deinde totum decies ducere, poſtea ex toto 250 tollere: in reſiduo enim numerus centenariorum feriam monſtrabit: nam 100 primam feriam, 200 ſecundam, 300, tertiam, &c. demõſtrabunt. Poteſtq; hoc ad annuli abſconditi inueſtigationem in ignoto articulo ignoti digiti transferri, ſi pro feriæ numero, perſonæ ſumas numerum eiq; duplicato addas 5, aggregatum deinde in 5 multiplices producto numero addas numerum digiti, aggregatum decuples, decuploq; addas numerum articuli. Si enim hinc ſubtrahas 250 manebit numerus cuius prima nota perſonam, ſecunda digitum, tertia articulum monſtrabit.

Aliud ex Gemma Friſio,

Si tres diuerſæ res abſcondantur à tribus diuerſis perſonis, tu vero per Arithmeticam tanquam diuinus vates, vnicuiq; dicere velis, quam abſconderit rem, ita agito, ſint res a b. c

animo

animo tuo ſignatæ, perſonæ vero ordine animo tuo hæreant, primus, ſecundus, tertius: tum priuſquam res abſcondant, pone in medium 24 calculos, ex his da primo 1 in manu, ſecundo 2, tertio 3, deinde colloca tres res ordine, & dic illis, vbi abiero tum ſinguli vnã ex his rebus quamcunq; velint abſcondant. Sed ea lege, vt qui abſconderit a capiat ex 18 calculis relictis adhuc, tot calculos, quot habet is ipſe in manu. Qui vero b abſconderit duplum capiat, qui tandem c quadruplum. Reliquum vero in menſa, aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus, & perſonis per ordinem memoriæ infixis, ſecedas quouſq; res abſconderint, ac rationem inierint. Tum reuerſus inſpice reſiduos in tabula calculos, qui perpetuo aut eſt 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantum fuerit tum primus abſcondit a. ſecundus, b. tertius c. Si duo, tum primus abſcondit b. ſecundus a. tertius c. Reliquos ex tabella annexa intelliges modos.

Ex hac vero perſpicis tres res occultas ſex tantum modis diſiungi poſſe, quorum nullo contingit, vt 4 calculi relinquantur.

Reſidui

Reſidui calculi	Perſonæ	Res.
	1	a A
	2	b ue
1	3	c
	1	b Stel
2	2	a la
	3	c
	1	a Ma
3	2	c ris
	3	b natis
	1	b re
5	2	c ctis
	3	a
	1	c vi
6	2	a a
	3	b
	1	c ſi
7	2	b do
	3	a

Ad memoriæ ſubſidium voces iſtæ ponuntur in quibus prima ſyllaba primæ perſonæ ſeruit, ſecunda ſecundæ: numerus vero ordinis vocalium in ſyllabis, res denotat acceptas. Vt in prima voce *Aue* cum vnus manet calculus à voca-

lis a vocalis primæ ſyllabæ ſignificat primam perſonam accepiſſe rem primam, è vero ſecundæ ſyllabæ vocalis ſignificat ſecundam perſonam accepiſſe c tertiam rem, quia e eſt tertia in ordine vocalium. Vnde conſequitur neceſſario tertiam perſonam accepiſſe b. Et ſic in reliquis facies coniecturam nunquam fallentem. Iamq; ſi memoriæ cõmendes iſtas voces, numerus ordinis vocum denotabit reſiduos calculos. Quia vero nunquam 4 remanent ideo inſeritur vox *natis* ad ordinem explendum vt quinta *rectis* ſeruiat quinque calculis reſiduis.

Ænigmata ex Pinçiero. Primum.

Oua olim iuuenes tulere bini
Horum ſic comitem laceßit alter
Vnum ſi dederis mihi tuorum
Ouorum, numerus mihi tibiq;
Par erit, cui mox regeßit alter:
Tu ſi vnum dederis mihi tuorum,
Duplo plura ego habebo, quam tu,
Qui ſcite numerare doctus iſtum
Gryphum forte leget, citusq; dicet
Portârit iuuenis quot oua vterq;

Haud Daui similem putabo, verum
Vel ipso OEdipodi sagaciorem.
Dic ergo tulerit quot oua vtra q?

Solutio.

Tot prior oua tulit, quot lustrũ cõtinet annos?
Posterior, vaga quot sidera mundus habet.

Secundum.

Pascebat anserum gregem
Perquam facetus rusticus.
Campi in virentis area:
Huius caballo præpeti
Cum præteriret pascua
De gente eques non infimâ
Sis saluus, inquit, rustice
Centumq; pastor anserum.
Huic egit ille gratias.
Multam & salutem reddidit
Sermone sed non rustico
Aitq; si plures duplo
Hoc anseres in cespite
Viridi cibarem gramine
Pluresq; dimidio dehinc
Et parte quarta deniq;

Vnumq; dictis adderem.
Centum anserum pastor forem.
Vt me salutans autumas.
Dic si vacat, lector bone
Quot anseres ad pabula
Hic rusticus deduxerit?
Si refugis huic impendere
Tenui laborem calculo.
Aut inuenire non vales
Omni labore proximus
Te subleuabit Iambicus

Solutio.

VIgIntI eho? VIX tot fVIsse noVerIs.

Atq; in hac solutione non sententia, sed notæ numerales vt à Romanis capiuntur quæstionem soluent.

Aliud.

Sæpe exempla numerorum addendorum proponuntur cum adiunctis aliis numeris minoris monetæ, veluti apud nos cum grossis & obulis, quæ licet pertineãt ad fractiones, quia tamen a pueris sine molestia percipi possunt, vsusq; talium exẽplorũ in re familiari frequẽ-

tilsimus eſt: non fuerit alienum proponere aliqua eiuſmodi exempla.

Expoſuiſti primo florenos 24 groſſos 18 ſolidos 2

Deinde florenos 156 groſſos 27 quinq; ternarios. Hic primo notabis morem calculonum Theſauri: pro duobus ſolidis illi ſemper ponunt 12 obulos quales in vno groſſo ſunt 18. pro quinque ſextantibus aut ternariis vt vocant ponunt 15 obulos, pro vno ternario ponunt obulos 3, pro vno ſolido ponunt obulos 6, pro vno groſsi mediente ponunt obulos 9. idq; compendio quodam faciunt ad euitandam denominationum varietatem. Nunc ergo expoſita illa ſuperius deſcripta ſic diſponãtur, vt floreni ſub florenis, groſsi ſub groſsis, obuli ſub obulis ponantur: vt hic vides

Flor.	groſsi	obuli
24	18	12
156	27	15

Subducta linea illud memoria retineas obulos 18 conſtituere vnum groſſum. 30 groſſos vnum florenum. Incipe igitur à minori moneta vt hic 12 obuli ad 15 obulos additi ſimul conſtant 27 obulos. quia vero is numerus ex-

cefsit 18, à 27 reiicio 18 manent 9. quæ pono ſub obulis: pro illis vero 18 quæ abiecta ſunt pono 1 ſub groſsis. Collige deinde, 18,27,& 1 faciunt 46 groſſos. verum inde abiicio 30, manentq; 16 collocanda ſub groſsis. at pro 30 abiectis pono 1 ſub florenis. Floreni tandem collecti faciunt 181. Itaq; peracto opere inductio eiuſmodi additionis ſic erit:

Flor	groſsi	obuli.
24	18	12
156	27	15
181	16	9

In ſubductione idem prorſus artificium eſt ſi modo memoria retineas, quoties maior à minore ſubducendus erit, punctum ſub præcedenti moneta ponendum eſſe, reſolutione aſſumptæ vnitatis ſecundum conuenientiam facta. Vt ſi hoc exemplum ponatur

Flor	groſsi	obuli
181	16	9
24	18	12
156	27	15

Hic quia 12 obuli à 9 obulis ſubtrahi non poſſunt pono punctum ad 18 groſſos, aſſumptum vero 1 groſſum reſoluo in 18 obulos,

à quibus primum ſubtraho 12, & manebunt 6, hisq; addo 9, & veniunt 15 ſub linea collocanda. Deinde quia ad 18 punctum eſt poſitum, ideo habeantur pro 19, ſecundum leges in ſubtractione poſitas. At 19 à 16 ſubtrahi non poſſunt: pono igitur punctum ad 4 ſub florenis, atq; vnum florenum reſoluo in 30 groſſos, à quibus dum ſubtraho 19, manent 11, hisq; addo 16 & veniunt 27 quæ ſcribo ſub linea. Tandem 25 ſubtracta à 181 relinquunt 156. Hisq; intellectis reliqua non erunt difficilia.

CAPVT XV.

De numeratione per indices atq; in abaco Scacchiæ.

EDidit Ioannes Neperus Arithmeticam localem, in qua ſingulari artificio in abaco præſertim Scacchiæ multiplicationes, diuiſiones & radicũ quadratarum extractiones cum animi quadam voluptate fiunt. Res profecto admiranda, atq; digna quæ in omnibus ſcholis exerceatur. Ac ſi quis artem iſtam, ita vt par eſt animo comprehenderit, ei abſq, abaco

Scacchiæ,

Scacchiæ, in curru etiam ſedenti inter viarum moleſtias, vaſtiſsimas quaſque numerationes abſoluere non erit difficile. Vtq; noſtri adoleſcẽtes ad eius authoris libros legẽdos (quod valde cupio) præparentur, proponam breuiſſime ex eius Arithmetica ludum; ludum tamen eiuſmodi ex quo magna vtilitas in vſum Mathematicorum & omnium qui numeratione vtuntur deriuari poteſt.

Deſcribatur ergo progreſsio Geometrica dupla ab vnitate quouſq. libet. Quanto autem plures numeros deſcripſeris, tanto maiores numeros multiplicare ac diuidere noua arte licebit: atq; ad dextram poſita o ad primum progreſsionis Geometricæ numerum, ad ſecundum pones 1, ad tertium 2, atq; ſic deinceps reliquos numeros naturali ordine continua vnitatis differentia procedentes. Sic deſcriptis duabus progreſsionibus Arithmetica & Geometrica, adde ſi placet literas alphabeti vti factum eſt in Arithmetica locali Ioannis Neperi Mathematici eminentiſsimi. Sit igitur pro valore cuiuſlibet literæ, numerus Geometricæ progreſsionis, vt, a, valet 1: 6, 2. ſ, 4. k 512 &c. iidemque numeri notantur per

indices: vt 0 indicat 1. 1 indicat 2. 6 indicat 64. &c. Hocq; ad multiplicationem, diuisionem, & radicum quadratarum extractionem pernecessarium erit.

1	0	a
2	1	b
4	2	c
8	3	d
16	4	e
32	5	f
64	6	g
128	7	h
256	8	i
512	9	k
1.024	10	l
2.048	11	m
4.096	12	n
8.192	13	o
16.384	14	p
32.768	15	q
65.536	16	r
131.072	17	ſ
262.144	18	t
524.288	19	u
1048.576	20	x

2.09

2.097.152	21	y
4.194.304	22	z
8.388.608	23	&
16.777.216	24	α
33.554.432	25	β
67.108.864	26	γ
134.217.728	27	δ
268.435.456	28	ε
536.870.912	29	ζ
1.073.741.824	30	η
2.147.483.648	31	θ
4.294.967.296	32	ι
8.589.934.592	33	κ
17.179.869.184	34	λ
34.359.738.368	35	μ
68.719.476.736	36	ν
137.438.953.472	37	ξ
274.877.906.944	38	ο
549.755.813.888	39	π
1.099.511.627.776	40	ρ
2.199.023.255.552	41	σ
4.398.046.511.104	42	τ
8.796.093.022.208	43	υ
17.592.186.044.416	44	φ
35.184.372.088.832	45	χ
70.368.744.177.664	46	ψ

140.737.488.355.328	47
281.474.976.710.656	48
562.949.953.421.312	49
1125.899.906.842.624	50
2.251.799.813.685.248	51
4503.599.627.370.496	52
9.007199.254.740.992	53
18.014.398.509.481.984	54
36.028.797.018.963.968	55
72.057.594.037.927.936	56
144.115.188.075.855.872	57
288.230.376.151 711.744	58
576.460.752.303.423.488	59
1.152.921.504.606.846.976	60
2.305.843.009.213.693.952	61
4.611.686.018.427.378.904	62
9.223.372.036 854.775.808	63
18.446.744.073.709.551.616	64
36.893.488.147.419.103.232	65
73 786.976.294.838.206.464	66
147.573.952.589 676.412.428	67
295.147.905.179.352825.856	68
590.295.810.358.705.651.712	69
1. 180.591.620.717.411.303 424	70
2. 361.183.241. 434.822.606. 848	71

2. 417. 851. 639. 229. 258. 349. 412. 352	81
1. 208. 925. 819. 614. 629. 174. 706. 176	80
604. 462. 909. 807. 314. 587. 353. 088	79
302. 231. 454. 903. 657. 293. 676. 544	78
151. 115. 727. 451. 828. 646. 838. 272	77
75. 557. 863. 725. 914. 323. 419. 136	76
37. 778. 931. 862. 957. 161. 709. 568	75
18. 889. 465. 931. 478. 580. 854. 784	74
9. 444. 732. 965. 739. 290. 427. 392	73
4. 722. 366. 482. 869. 645. 213. 696	72

2. 475. 880. 078. 570. 760. 549. 798. 248. 448	91
1. 237. 940. 039. 285. 380. 274. 899. 124. 224	90
618. 970. 019. 642. 690 137. 449. 562. 112	89
309. 485. 009. 821. 345. 068. 724. 781. 056	88
154. 742. 504. 910. 672. 534. 362. 390. 528	87
77. 371. 252. 455. 336. 267. 181. 195. 264	86
38. 685. 626. 227. 668. 133. 590. 597. 632	85
19. 342. 813. 113. 834. 066. 795. 298. 816	84
9. 671. 406. 556. 917. 033. 397. 649 408	83
4. 835. 703. 278. 458. 516. 698. 824. 704	82

1.267.650.600.228.229.401.496.703.205.376	100
633.825.300.114.114.700.748.351.602.688	99
316.912.650.057.357.050.374.175.801.344	98
158.456.325.028.528.675.187.087.900.672	97
79.228.162.514.264.337.593.573.950.336	96
39.614.081.257.132.168.796.771.975.168	95
19.807.040.628.566.084.398.385.987.584	94
9.903.520.314.283.042.199.192.993.792	93
4.951.760.157.141.521.099.596.496.896	92
2.475.880.078.570.760.549.798.248.448	91

Vulgares numeri appellantur qui ſunt in vſu communi; locales qui ſignantur literis; Indices localium atq; vulgarium ſunt numeri annexæ progreſsionis Arithmeticæ ſeriè naturali deſcriptæ. Ac vulgares quidem numeri componuntur ex Geometrica progreſsione, quæ iam propterea ad cẽteſimum indicẽ producta eſt. Indices vero indicant quoties 2 ponenda ſint vt continua multiplicatione producatur numerus ſibi annexus, vt, quia ad 64 poſita ſunt 6 intelligendum eſt 64 fieri ſi 2, 2, 2, 2, 2, 2, continuo multiplicentur. Sed iam videamus admirabilem naturam Geometricæ duplæ progreſsionis. Si enim eam producas quouſq; libet vt hic ad 1, 267, 650, 600, 228, 229, 401, 496, 703, 205, 376. Dico omnes numeros infra duplum huius hoc eſt infra 2, 535, 301, 200, 456, 458, 802, 993, 406, 410, 752, ex iſtis in tabula componi. Vt 1, 2 ſunt iam in principio progreſsionis. 3 habebis ſi ſumas 1 & 2. 4 expreſſè ſunt. 5 habes ſumptis 4 & 1. 6 ſumptis 4 & 2. 7 ex 4, 2, 1. 8 expreſſè. 9 ex 8 & 1. 10 ex 8 & 2. 11 ex 8, 2, 1. 12 ex 8, 4. atq; ſic vlteriùs progrediendo. Hoc iam olim libripendes ab Arithmeticis didicerant, nam ne co-

geren-

gerentur pondera vnius, duarum, 3, 4, 5, 6, 7. & cæterarum drachmarũ vſq; ad pondus verbi gratia 64 aut 128 drachmarum conficere, vſi ſunt huius progreſsionis compendio. Qua arte id fiat, iam habes expoſitum. Cnmq; pateat omnem numerum componi ex numeris duplæ progreſſionis Geometricæ, iam oſtendendũ eſt quomodo ſit inueſtigãdum, ex quibus quilibet datus numerus componatur.

Tranſlatio vulgarium ad indices.

Si numerum propoſitum bipartiaris (ſecundum præcepta meditationis folio 39 propoſita) reiecta vnitate, ſi impar ſit: dimidiumq́ue rurſus eodem modo, atq; ſic deinceps, donec ad extremam vnitatem peruenias: ſumptoq; initio à maximo numeres indices localium exprimendo in tabula eos indices qui in impares numeros cadunt, à quibus etiam in mediatione reieciſti vnitatem, datus numerus tranſlatus erit ad indices localium, idemq; ex indicum numeris componetur. Exemplum ſic habes

3657

3657	0	a
1828		
914		
457	3	d
228		
114		
57	6	g
28		
14		
7	9	k
3	10	l
1	11.	m

Dico igitur numerum 3657 tranſlatum eſſe ad indices hos, 0, 3, 6, 9, 10, 11, vel ad locales a, d, g, k, l, m, numerumq; 3657 ex iſto um valoribus compoſitum eſſe: cum enim 0 hoc eſt a valeat 1. 3 hoc eſt d 8. 6 hoc eſt g 64. 9 hoc eſt k 512. 10 hoc eſt l 1024. 11 hoc eſt m 2048. manifeſtum eſt ſi valores iſti ſimul cō-ponātur 1, 8, 64. 512, 1024, 2048, effici 3657.

Hoc vero ſic iam præmiſſo tabulam in charta pro calculis reponendis iuxta ſuos indices talem tibi conficito.

0	1	2	3	[illegible]	5	6	7	[illegible]	[illegible]
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

Extensio & abbreuiatio Indicum.

Extensio est cum pro vnico indice ponimus duos proxime præcedentes hoc est vnitate minores: vt indices 0, 3, 6, 9, 10, 11 extendes si pro vno 3 ponas duos 2, 2. pro 6 duos 5, 5. pro 6 ponas 8, 8. pro 10 ponas 9, 9. pro 11 ponas 10, 10. Itaq; extensus erit sic 0, 2, 2, 5, 5, 8, 8, 9, 9, 10, 10. Imo magis adhuc extendi potest, si pro vno indice 2 ponas duos 1, 1 pro vno 5 ponas 4, 4. &c. Extensi vero sic indices nõ augebunt numerum. Causam facile concipies, si intelligas indices istos non simplicem vnitatum congeriem significare, verum numeros Geometricæ duplæ proportionis annexos iisdem indicibus. Sic enim index 11 valet 2048. Itaq; si ponas duos indices 10, 10, idem est ac si poneres valorem eorundem bis 1024, 1024 quod tamen valet 2048. Vtilitatem huius extensionis percipies in diuisione, atq; radicum quadratarum extractione. Potes vero vel in charta, vel in tabula quæ præmissa est nunc calculis extẽdere ponendo pro calculo indicis 11 duos ad indicem 10.

Abbreuiatio est, vt pro duobus indicibus

ſimilibus vnus ſequens nimirum vnitate maior ponatur. Sic ſi indices proponantur 0, 2, 2, 5, 5, 8, 8, 9, 9, 10, 10, contrahentur ad pauciores ſi pro duobus 2, 2, ponas vnum 3: deinde pro duobus 5, 5, ponas vnum 6: deinde pro duobus 8, 8, ponas vnum 9: deinde pro duobus 9, 9, ponas vnum 10, deinde pro duobus 10, 10, ponas vnum 11. Sicq; prodibit numerus ille contractus ad indices 0, 3, 6, 9, 10, 11, ad paucioresq; iam contrahi non poterit. Vſum iſtius abbreuiationis percipies in additionibus atq; multiplicationibus. Quod vero facis in indicibus, idem fac in literis vt ſi pro c vno ponas duo b, b. pro duobus k, k, ponas vnum l.

Additio.

Additio nihil aliud eſt quam abbreuiatorum conſcriptio in tabula, & conſcriptorum vel ſimul ſignatorum abbreuiatio.

Sint addendi numeri: Primi indices ſunt

0. 3. 4 16. Secundi deinde

0. 3. 4. 15. Hic pro duobus 0, 0, pono 1. pro duobus 3, 3, pono vnum 4. pro duobus 4, 4, pono vnum: 5 (quoties autem pro duo-

bus indicibus pono vnum citeriorem, duos deleo, in tabula tertium creta vel atramento exprimo: in calculis pro duobus sublatis vnus ponitur) Reliqui sunt dissimiles, ideoq; iam contrahi non possunt. Summæ igitur indices sunt 1. 4. 5. 15. 16. vt hic vides

0 . 3 . 4 . 16.
0 . 3 . 4 . 15
1 . 4 . 5 .

Subtractio.

Subtractio est subtrahendi abbreuiati à subtrahendo extenso quantum opus est sublatio, & residui si opus sit abbreuiatio. Vt sint 1. 2. 5. 6. 7. subtrahendi ex 0. 1. 7. 8. Extendo 0. 1. 7. 8. arte superius exposita. Deleo 8 & pono 7. 7. Deleo vnum indicem 7, & pono 6, 6. Deleo vnum 6 & pono 5, 5. Deleo vnum 5. & pono 4, 4. Deleo vnum 4 & pono 3, 3. Deleo vnum 3 & pono 2, 2. Extensus igitur numerus erit sic 0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7. Iam ab eo si subtrahes 1, 2, 5, 6, 7, deletis nimirum ex illo horum similibus, manifestum est remanere 0, 2, 3, 4, 7, indices quæsiti residui.

Ex his deducitur compendium reductionis numerorum vulgarium in localium indices.

	1	10	100	1000	10000	100000
1	0	1. 3.	2. 5. 6.	3. 5. 6. 7. 8. 9	4. 8. 9. 10. 13.	5. 7. 9. 10. 15. 16
2	1	2. 4.	3. 6. 7.	4. 6. 7. 8. 9. 10	5. 9. 10. 11. 14.	6. 8. 10. 11. 16. 17.
3	0. 1	1. 2. 3. 4	2. 3. 5. 8.	3. 4. 5. 7. 8. 9. 11	4. 5. 8. 10. 12. 13. 14.	5. 6. 7. 8. 9. 12. 15. 18
4	2	3. 5.	3. 7. 8.	5. 7. 8. 9. 10. 11.	6. 10. 11. 12. 15.	7. 9. 11. 12. 17. 18
5	8. 2	1. 4. 5.	2. 4. 5. 6. 7. 8	3. 7. 8. 9. 12	4. 6. 8. 9. 14. 15.	5. 8. 13. 15. 16. 17. 18.
6	1. 2	2. 3. 4. 5	3. 4. 6. 9.	4. 5. 6. 8. 9. 10. 12	5. 6. 9. 11. 13. 14. 15	6. 7. 8. 9. 10. 13. 16. 19.
7	0. 1. 2.	1. 2. 6.	2. 3. 4. 7. 9	3. 4. 6. 8. 9. 11. 12	4. 5. 6. 8. 12. 16.	5. 6. 9. 10. 11. 13. 15. 17. 19
8	3	4. 6.	2. 8. 9.	6. 8. 9. 10. 11. 12	7. 11. 12. 13. 16.	8. 10. 12. 13. 18. 19
9	0. 3.	1. 3. 4. 6	2. 7. 8. 9	3. 5. 8. 9. 13	4. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 14. 16	5. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 15. 16. 18. 19.

1000000 indices sunt 6. 9. 14. 16. 17. 18. 19.

Itaq; hinc omnes numeros infra 2000000 commutabis in suos indices,

Namq; si proponatur numerus 3657. Sumo 1000 supra, in latere vero 3, atq; in angulo cõmuni 3000 indices reperio 3. 4. 5. 7. 8 9. 11. Sumo deinde 100 supra, in latere 6, atq; in angulo communi accipio 600 indices 3. 4. 6. 9. Sumo deinde 10 supra, in latere sinistro 5, & angulus communis dabit mihi 1. 4. 5 indices 50. tandem inter 1. & 7 accipio numeri 7 indices 0. 1. 2. Et facta abbreuiatione secundum præcepta iam exposita proueniunt 0. 3. 6. 9. 10. 11. indices dati numeri vt prius.

Multiplicatio.

Multiplicationem diuisionem & radicum quadratarum extractionem absoluit Neperus in abaco Scacchorum seu latrunculorum, cuius forma quadrata, angulus tibi proximus ♈, angulus sinister ♉, angulus a te remotissimus ♊, angulus dexter ♋. Fabricam sola inspectione intelliges.

Hic inseratur Abacus Scacchiæ, notatus signis. ♈ ♉ ♊ ♋.

Quæ vero hactenus dicta sunt de reductione numerorũ ad indices ea etiam ad abacum hunc seruiunt vt si velis: disponere numerum

illum

illum propositum 3657 in latere Scacchiæ abaci, quia eius indices sunt 0, 3, 6, 9, 10, 11 hoc est a, d, g, k, l, m. ideo in latere ♈ ♋ vel ♊ ♉ ponendi sunt calculi iuxta areolas quadratas in quibus sunt literæ a, d, g, k, l, m, & iam habes collocatum numerum propositum. Iamq; ante multiplicationem & diuisionem notentur istæ ex Nepero definitiones motus calculorum per areolas quadratas.

Multiplicatio in abaco.

Multiplicationem in abaco Scacchiæ absoluit Neperus per motum duplicem. Primus est directus qui fit à latere ad latus ad æquidistantiam reliquorum laterum: vt si calculus moueatur ex d in γ, vel ex g in ζ: isq; motus elephantinus dicitur. Secundus est diagonalis, præsertim inter similes notas; vt si moueas calculum ex i dextro in i sinistrum per alba spacia, isq; motus sagittiferi vocatur.

Disponit igitur multiplicantem in vno latere multiplicandum in altero, calculumque quemlibet multiplicantis cōparans cum quolibet multiplicandi calculo, angulos communes per vtriusque motum directum inquirit,

moxq; ab angulo communi per motum diagonalem multiplicationis productum exhibet. Vt si multiplicandus sit numerus 64 cuius nota g. in 8 cuius nota d; per directum vtriusq; motum habetur angulus communis notatus signo ω in nigris spaciolis, à quo per motum diagonalem inter similes notas k & k, mox habetur productum 512.

Quoties in multiplicando atq; multiplicāte plures calculi reperiuntur, singuli calculi multiplicantis cum singulis multiplicandi cōparantur eo modo qui iam expositus est, ad inueniendos angulos communes, atq; hinc per motum diagonalem producta habentur. Deinde abbreuiatione multi calculi ad pauciores sæpe contrahuntur arte superius exposita. Sed hæc ex ea multiplicatione quæ fit per indices facta comparatione facile intelliges, si additionem commutes in motus per abacum Scacchiæ, quod diligēter intuenti perspicuum erit.

Multiplicatio per indices.

Singu-

Singulos multiplicantis indices adde omnibus multiplicandi indicibus, aggregata enim monſtrabunt indices producti multiplicati, qui ſi opus ſit abbreuiandi ſunt: Vt multiplicandus ſit numerus 3 4 6 0 3 0 0 8 per numerum 8 9 1 2 8 9 6. Multiplicandi numeri 34603008 indices ſunt 20, 25. Multiplicantis 8 9 1 2 8 9 6 ſunt 19, 23. Itaq; exemplum multiplicationis per indices ſic erit

20 .	25	Multiplicandus
19 .	23	Multiplicans
39	44	
43	48	

Hic primo 19 addo ad 20, fiunt 39, deinde eadem 19 ad 25 fiunt 44. poſtea 23 ad 20 ad 25 & fiunt 43, 48. Dico igitur indices producti eſſe 39. 43. 44 48. addanturq; eorum valores ſumpti ex tabula præmiſſa:

```
1 1 2 3 2 2 3 2 1   1 2 1 2
2 8 1 4 7 4 9 7 6 7 1 0 6 5 6   48
  1 7 5 9 2 1 8 6 0 4 4 4 1 6   44
    8 7 9 6 0 9 3 0 2 2 2 0 8   43
      5 4 9 7 5 5 8 1 3 8 8 8   39
-------------------------------
3 0 8 4 1 3 0 1 1 5 9 1 1 6 8
```

Numerus ergo 3084130115911 68 producitur ex multiplicatione 34603008 per 89128 96. In his indicibus nulla est abbreuiatio indicũ: in aliis frequens.

Diuisio in abaco Scacchiæ.

Qui in abaco Scacchiæ multiplicationẽ intellexit, facile & diuisionem intelliget. Diuidendus enim signatur in vno margine, diuisor autem in alio: moxq; maximus calculus diuidendi motu sagitiferi occurrit, maximo calculo diuisoris per motum elephantinum procedenti, atq; ab angulo communi in linea diuisori vndiq; parallela ponitur series calculorũ, eregione calculorum diuisoris, quæ series segmentum dicitur: congruum si fuerit minus diuidendo. Si enim maius fuerit substituta series pro segmento congruo capienda est. Vt si diuidẽdus sit numerus 64 notatus litera g. per 8 notatum litera d, pono calculum iuxta d in margine ♈ ♉ deinde alium in margine ♈ ♋ iuxta g. Iam ex g motu sagittiferi, & ex d motu elephantino procedo, angulus communis cadit in areolam puncto signatam lineæ d γ, & in hac linea pono super dictam areolam

calcu-

calculum vnum, quia vnus diuisoris calculus est. Dico iam inuentum esse segmentum congruum quod sublatum à diuidendo nihil relinquit. Quotiens vero habetur si à dicta areola procedas motu elephantino in latus oppositum. Estq; d, hoc est 8.

Alia exempla colliges ex sequentibus exéplis, si motus substituas pro additione aut subtractione indicum.

Diuisio per indices.

Ponantur indices diuidendi atq; diuisoris ordine suo; deinde maximus diuisoris subtrahatur à maximo diuidendi, residuum intra lunulam scribatur. Hoc residuum additum singulis indicibus diuisoris dabit segmentum, cõgruum si possit subtrahi: alioquin minus assumendum erit residuum, hoc est multatum vnitate aut alio numero. Magnus hic vsus perspicietur extensionis, quæ iam non erit difficilis si superiora rectè intellexisti. Exemplo res fiet clarior.

Diuidendus sit numerus 3084130115911 68 per 8912896. Diuidendi indices sunt 39. 43. 44. 48. Diuisoris 19. 23. Pono sic

39. 43.

39 .	43 .	44 .	48	
		19	23	(25
		44	48	

Hic maximum diuisoris indicem 23 subtraho à maximo diuidendi 48, & manent 25, deinde eadem addo singulis indicibus diuisoris, 25 ad 23 sunt 48. 25 ad 19 sunt 44. [illegible] o pro segmento cõgruo 44. 48. quæ toll[illegible] petiores, manent adhuc 39. 43. quæ [illegible]

39	43	
19	23	(20
36	43	

Rursusq; maximum diuisoris 23 subtraho à maximo diuidendi 43 manent 20. Hæc addita diuisori dant 39. 43. pro segmento congruo, quod sublatum à superioribus nihil relinquit. Dico igitur quotientis indices esse 20. 25. è quorum valoribus mox habetur quotiens

	1	0	4	8	5	7	6	20
3	3	5	5	4	4	3	2	25
[illegible]	[illegible]	6	0	3	0	0	8	Quotiens.

In aliis exemplis extensione opus est, vt in sequenti.

Aliud

Aliud exemplum.

Sint diuidenda 728424 per 1206. Diuidendi indices sunt 3. 5. 6. 8. 10. 11. 12. 16. 17. 19. Diuisoris 1. 2. 4. 5. 7. 10.

Pono primum Diuidendi ac Diuisoris indices sic:

3. 5. 6. 8. 10. 11. 12. 16. 17. 19.
1. 2. 4. 5. 7. 10 (9
10. 11. 13. 14. 16. 19.

Hic maximum diuisoris indicem 10 subtraho à 19 maximo diuidendi, manentq; 9 collocãda intra lunulam, pro indice maximo quotientis, deinde eundem indicem addo singulis indicibus diuisoris & proueniunt 19. 16. 14. 13. 11. 10. quæ à superioribus diuidendi subtrahenda sunt. Iamq; hic extensione opus est. Itaq; pro 17 pono bis 16. 16. atque rursus pro vno 16, pono bis 15. 15. pro vno 15 pono 14. 14. Factaq; subtractione secundum præcepta superius exposita manent 3. 5. 6. 8. 12. 13. 15. 16. iterumque pono diuidendum, & maximum diuisoris à maximo diuidendi subtraho, manent 6 in quotiente ponenda, cum quibus iuxta regulam segmentum congruum quæro.

3. 5. 6.

3. 5. 6. 8. 12 13. 15. 16.
1 2. 4. 5 7. 10. (6
7. 8. 10. 11 13. 16.

Facta subtractione secundum regulam manent 3. 5. 6. 7. 8. 9. 15. Iterum igitur diuidendum residuum pono cum diuisore sic

3. 5. 6. 7. 8. 9. 15.
1. 5. 4. 5. 7. 10. (6
6. 7. 9. 10. 12. 15

Subtrahoq; decem à 15, manent 5 hæc addita singulis indicibus diuisoris dant 6. 7. 9. 10. 12. 15. pro segmento, verum nō est congruum quia non potest subtrahi. manifestum enim est 15 quidem à 15 posse tolli: at 12 & 10 non possunt tolli: nam 9 resolui possunt in minores hoc est 8, 8, at in maiores nequaquam; proinde index 5 in quotiente positus delendus est, ponátur autem 4 pro indice. per quem quæratur segmentum congruum. eritq; 5. 6. 8. 9. 11. 14. quod subtractum à 3. 5. 6. 7. 8. 9. 15. relinquit 3. 7. 11. 12. 13. Taliq; operatione repetita reperientur adhuc indices quotientis 3, & 2, atq; post hunc ad regulam adhibitum iam nihil manet. Dico igitur quotientem habere istos indices 9. 6. 4. 3. 2. ex quorum valori-

bus

bus conflatur verus quotiens 604. Hoc exẽplum latiùs expoſui, quod ſi bene conſideres reliqua non erunt difficilia. Atq; idem poteſt facile in abaco Scacchiæ abſolui, ſi, quod iam ſæpe monuimus, pro additione atq; ſubtractione motus conuenienter ſubſtituas Suntq; hæc exempla numerorum exactè diuiduorum. Sæpe vero hinc fractiones exoriuntur, de quibus in Arithmetica partium dicetur.

De Radice quadrata per indices.

In tabula numerorum cum ſuis indicibus numeri qui habent parem numerum indicis quadrati ſunt, quemadmodum & illi qui à ternario diuiſibiles ſunt, cubi ſunt: itaq; valores indicum 2. 4. 6. 8. 40. 44. quadrati ſunt. itemq; valores indicum 3. 6. 9. 12. cubi. Sed de quadratis tantum dicemus. Quotieſcunq; igitur alicuius numeri cuius radix quadrata ſit inueſtiganda indices dantur maximus index par qui haberi poteſt in dato numero vocetur Caput Gnomonum. Gnomon autem hoc loco vocetur ſeries indicum quæ adiecta calculo aut quadrato producit maius quadratum. Suntq́, iſti Gnomones ex Erathoſtenis cribro

impa-

imparium vt si 1 pro quadrato sumas, sequens impar 3 eidem adiectus efficiet 4 quadratum sequens, deinde 5 sequens impar dispositus sic:

o o
o o

o
o
o o o

Circumiectus superiori quadrato efficiet quadratum sequens 9.

o o o
o o o
o o o

Sic quadrato huic si sequentem gnomonem 7

o
o
o
o o o o

adiicias, efficies quadratum sequens, vt hic:

o o o o
o o o o
o o o o
o o o o

Et ita semper deinceps crescit minus quadratum in maius, gnomonum adiectione.

Gnomon igitur quam maximus suis indi-

gibus

cibus numero impari expressus, qui à dato numero, cuius latus quadratum quæritur, subtrahi potest, dicitur congruus gnomon.

Sed hæc melius exemplo cognoscentur vnde iam quiuis sibi præceptũ formabit. Sit numerus 2 2 0 9 cuius radix quadrata quæritur. Indices huius sunt 0. 5. 7. 11. Maximus par index 10, dicitur caput gnomonum, potest enim tolli. capita vero seu vertices gnomonum pari semper numero scribuntur. Itaq; decem subtracta ex 0. 5. 7, 11. relinquunt 0. 5. 7. 10. pone igitur rursus caput gnomonum atq; sub eo notam parem sequentem infra. quia vero vnum est caput gnomonum, in Eratosthenis autem cribro sequitur nota impar 3. ideo congruum gnomonem formabis secundum eundem numerum.

0, 5. 7. 10 Residuum

	10	
9	8	9

Hic sub 10 capite gnomonum pono inferiorem parem 8. pro vertice sequentis gnomonis, & quot binariis 8 distant a 10 capite gnomonum, tot vnitates adiiciantur, vt collaterales indices gnomonis habeantur, sunt igi-

tur 9. 8. 9. seu quod idem est 8. 10. At hi indices non possunt subtrahi à residuo 0. 5. 7. 10. Delendus ergo est gnomon 9. 8. 9. atq; par inferior 6, ponatur pro vertice gnomonis: quia vero is distat duobus binariis à capite gnomonum, ideo ad collaterales habendos duas vnitates adiicio vertici gnomonis 6, estque gnomon congruus 8. 6. 8. seu quod idem est 6. 9, vt hic

	10	
8	6	8

Iamq; isto gnomone subtracto à residuo 0. 5. 7. 10. manebit residuum 0. 5. 6. 9. quod deinde pono sic

0 . 5 . 6 . 9. Residuum.

	10	
8	6	8
7 . 5	4	5 . 7

Iam nunc accipio inferiorem parem pro vertice gnomonis, & quia imparem 3 sequitur impar 5. ideo 5 indices quæro. sic: 4 vertex præsentis gnomonis distat à 6 vnico binario, ergo ad 4 addo 1 vtrinq;, vt 5 ponantur ab vtraq; parte. Deinde 4 à 10 capite gnomonum distãt tribus binariis, ergo tres vnitates iisdé 4

circum-

circumiicio, vt habeantur laterales 7. 7. vt ibi vides. Eſt igitur gnomon indicum quinq; is 7. 5. 4. 5. 7. hoc eſt 4. 6. 8. quæ ſubtracta à reſiduo 0. 5. 6. 9. relinquent 0. 4. 8. Hæc adhuc ſic diſpono

0. 4. 8. Reſiduum

	10	
8	6	8
7. 5	4	5. 7
6. 4. 3.	2	3. 4. 6.

Hic adhuc inferiorem parem 2 aſſumpſi atq; gnomoné ſeptem indicum 6. 4. 3. 2. 3. 4. 6. formaui eadem arte qua prius. circumiiciendo vtrinq; vertici gnomonis tot vnitates, quot binariis datus vertex diſtat ab antecedentibus verticibus, atq; etiam capite gnomonum. ſeptem vero iſti indices contracti ſunt 2. 4. 5. 7. At hi ſubtracti a reſiduo 0. 4. 8. relinquunt 0. 2. 3. 4. 6. quæ rurſus pono ſic:

0. 2. 3. 4 6.

.	10	.
. 8	6	8.
7 . 5	4	5 . 7
6. 4. 3	2	3. 4. 6.
5. 3. 2 1	0	1. 2. 3. 5.

Hic

Hic quia nullus par inferior eſt binario ideo o poſui pro vertice gnomonis, atq; arte iam expoſita circumiicio indices vt ſit gnomon congruus nouem indicum 5. 3. 2. 1. 0. 1. 2. 3. 5. Vtq; hic compendium habeas vide verticem o præſentis gnomonis cum vertice proximè præcedentis gnomonis 2, atq; ſerie indicum dextra eiuſdem 3. 4. 6. æquari omnibus indicibus 5. 3. 2. 1. 0. 1. 2. 3. 5. gnomonis præſentis. Quod magis patebit, ſi contrahas eoſdem arte ſuperius expoſita: prodibunt enim 0. 2. 3. 4. 6. quæ ſubtracta à reſiduo iam omnes tollunt indices, vt nullus maneat. Vt igitur radicis indices habeas, conſidera totam diſpoſitionem gnomonum.

				10				
			8.	6	8			
		7.	5.	4	5.	7.		
	6.	4.	3	2	3.	4.	6	
5.	3.	2.	1.	0	1.	2.	3.	5

Ex eaq; deſume caput Gnomonum 10, cum verticibus ſequentium Gnomonum 6. 4. 2. 0 qui ſunt inter lineas, Horum enim dimidia monſtrabunt indices radicis quadratæ, vt 10 dimidium eſt 5. 6 dimidium 3. 4 dimidium 2. 2 dimidium 1. 0 dimidium 0. Dico igitur 5.

3.2.1.0.

3. 2. 1. 0. esse indices radicis quadratæ dati numeri 2 2 0 9. Valores autem illorum ex tabula præmissa 32. 8. 4. 2. 1 simul collecti dant 47. Paruum hoc exemplum assumpsi: ad rem breuiter explicandam: & in vastioribus exēplis ars exposita iam sufficiet. Quanto autem vastiores fuerint numeri, tanto magis tibi placebit ista, vt sic dicam, Logarithmorum quædam species.

CAPVT XVI.

De Virgulis.

VArios iam numerandi modos exposuimus, adhuc tamen è Ioānis Neperi Rabdologia, virgulas proponemus, ad promptè multiplicandum atq; diuidendum valde commodas. Fabrica earum hæc est. Parentur virgulæ decem quadratæ, ex materia solida, vt argento, ære, ebore, vel buxo. Longitudo sit trium digitorum plus minus. Latitudo sit decima pars longitudinis. Altitudo latitudini æquetur. sic autem fiant, vt quomodocunque iunctæ veluti planam tabulam faciant. Cuiuslibet autem virgulæ quatuor erunt facies. Pri-

ma facies ſuperior quæ ob oculos ponitur. Secunda dextra, Tertia inferior quæ terram ſpectat: Quarta ſiniſtra.



Diuiſio cuiuſlibet faciei fiat in decem æquales partes, ita tamen vt nouem integræ partes intermediæ ſint, decimæ vero partis dimidium ſuperius pro ſuperiore, & reliquum dimidium inferius pro inferiore margine conſtituatur. Per ſingula diuiſionũ puncta ducantur rectæ lineæ quæ diſtribuent ſingulas virgularum facies in nouem quadratas areolas, præter margines. Singulæ deinde quadratæ areolæ biſecẽtur ductis diagoniis à ſiniſtro & inferiore angulo ad ſuperiorem & dextrum, vt hic vides

Inſcriptio numerorum facilis erit, ſi obſerues diligenter primò, figuram primam in primo quadrato eſſe aliquam ex alphabeto Arithmetico 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. & dicitur ſimplum. In ſecundo deinde quadrato eiuſdem figuræ primæ duplum: in ter-

tio tri-

tio triplum: in quarto quadruplum, & ſic deinde reliqua multipla vſq; ad noncuplum. Ex iſtis vero multiplis, ſi quod vnica figura conſtat, collocatur in dextra parte ſuæ areolæ: ſi vero duabus, dextra dextrorſum, & læua læuorſum ſcribitur.

Secundò obſerua cuiuſlibet virgulæ primã faciem opponi tertiæ, ſecundam quartæ: Simpla quoq; earundem non ſolum ſic opponuntur, vt alterum ſit in ſuperiore, alterum in inferiore facie: vel alterum in dextra, alterum in ſiniſtra facie. Sed & alterum in capite, alterum in calce virgulæ: atq; horum duorum oppoſitorum ſimplorũ aggregatum, ſemper conſtituit nouem. Hisq; iam obſeruatis particularem fac inſcriptionẽ, ſic vt Neperus docet.

In ſuperiore & dextra parte cuiuſq; areolæ primæ faciei, primæ, ſecundæ, tertiæ, & quartæ virgularum ſcribatur cyphra 0, & inuerſis iiſdem virgulis (vt ſit ſingularum caput, quod pridem calx, & ſupra, quod pridem intra) inſcribatur in ſingulis nouenarius cum ſuis multiplis, videlicet 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81: modo ſupradicto.

Deinde ſimili modo in ſecunda facie pri-

4r Facies primæ virgulæ			
0	1		
0	1	1/8	2/7
0	2	2/7	4/9
0	3	3/9	9/5
0	4	4/5	8/4
0	5	5/4	0/4
0	6	9/3	2/3
0	7	7/2	4/2
0	8	8/1	9/1
0	9	0	8
		6	8

4r Facies secundæ virgulæ			
0	2		
0	2	1/8	3/9
0	4	2/7	9/5
0	6	3/9	6/4
0	8	4/5	2/4
0	1/0	5/4	5/3
0	1/2	9/3	8/3
0	1/4	7/2	1/2
0	1/6	8/1	4/1
0	1/8	5	7
		6	4

mæ virgulæ, & prima facie quintæ, sextæ, & septimæ virgularum, inscribatur vnitas cum suis multiplis: videlicet 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ordine descendentia: & inuersis eisdem virgulis, inscribatur in singulis octonarius cum suis multiplis, scilicet 8,16,24,32,40,48,56,64,72.

Tertiò in secunda facie secundæ & quintæ virgularum, & prima faciæ octauæ, & nonæ sculpa-

4^r Facies tertiæ virgulæ

0	3		
0	3	1/8	4/5
0	6	2/7	8/4
0	9	3/6	2/4
0	1/2	4/5	6/3
0	1/5	5/4	0/3
0	1/8	9/3	4/2
0	2/1	7/2	8/1
0	2/4	8/1	2/1
0	2/7	6	9
		6	9

4^r Facies quartæ virgulæ

0	4		
0	4	1/8	5/4
0	8	2/7	0/4
0	1/2	3/6	5/3
0	1/6	4/5	0/3
0	2/0	5/4	5/2
0	2/4	6/3	0/2
0	2/8	7/2	5/1
0	3/2	8/1	0/1
0	3/6	6	5
		6	5

ſculpatur binarius cum ſuis multiplis, ſcilicet 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, & inuerſis eiſdem virgulis, inſcribatur in ſingulis ſeptenarius cum ſuis multiplis, videlicet 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63.

Deinde in ſecundis faciebus tertiæ, ſextæ, & octauæ virgularum, & in prima facie decimæ, ſculpatur ternarius eiuſque multipla: ſcilicet

4ʳ Facies quintæ virgulæ

1	2		
1	2	72	63
2	4	64	56
3	6	56	49
4	8	48	42
5	10	40	35
6	12	32	28
7	14	24	21
8	16	16	14
9	18	08	07
		8	7

4ʳ Facies ſextæ regulæ

1	3		
1	3	72	54
2	6	64	48
3	9	56	42
4	12	48	36
5	15	40	30
6	18	32	24
7	21	24	18
8	24	16	12
9	27	08	06
		8	6

3. 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27. & inuerſis eisdem, ſcribatur in ſingulis ſenarius, & multipla eius, videlicet 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54.

Deniq; in ſecundis faciebus quartæ, ſeptimæ, nonæ, & decimæ virgularum inſcribatur quaternarius, cum ſuis multiplis, videlicet 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36: & eiſdem inuerſis inſcribatur quinarius cum ſuis multiplis, videlicet

licet

4[r] Facies septimæ virgulæ

1 4

1	4	7/2	4/5
2	8	6/4	4/0
3	1/2	5/6	3/5
4	1/6	4/8	3/0
5	2/0	4/0	2/5
6	2/4	3/2	2/0
7	2/8	2/4	1/5
8	3/2	1/6	1/0
9	3/6	8	5

8 5

4[r] Facies octauæ virgulæ

2 3

2	3	6/3	5/4
4	6	5/6	4/8
6	9	4/9	4/2
8	1/2	4/2	3/6
1/0	1/5	3/5	3/0
1/2	1/8	2/8	2/4
1/4	2/1	2/1	1/8
1/6	2/4	1/4	1/2
1/8	2/7	7	6

7 9

licet 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45. Hæc omnia facile intelliges, si hæc schæmata consideres, in quibus decem virgularum facies euolutæ & explicatæ conspiciuntur.

Sic igitur inscriptæ virgulæ decem omnes numeros infra hunc IIIII, quinque locorum (nullo excepto) exprimient. Si vastiores numeros exprimere velis, alias decem conficito simi

4[r] Facies nonæ virgulæ

2 4

2	4	63	45
4	8	56	40
6	12	49	35
8	16	42	30
10	20	35	25
12	24	28	20
14	28	21	15
16	32	14	10
18	36	7	5

7 5

4[r] Facies decimæ virgulæ

3 4

3	4	54	45
6	8	48	40
9	12	42	35
12	16	36	30
15	20	30	25
18	24	24	20
21	28	18	15
24	32	12	10
27	36	6	5

6 5

to ſimiles his. vt habeas 20, aut 30, aut 40 virgulas. Vt vero facilius virgulas quibus indiges ex toto cumulo ſeligas, numerũ ſimplicem qui eſt in prima areola cuiuſlibet faciei, in ſũmo vertica ſculpito. Atq; hæc eſt fabrica.

De numerorum ad virgulas applicatione, & contra. Propoſitio 1. *Neperi*

Oblatum numerum cum ſuis multiplis ordine in tabulam redigere

Propo-

Proponatur annus 1620 in tabulam debitè cum ſuis multiplis collocandus. Ex toto cumulo accipe quatuor virgulas, quarum vna habeat in vertice vnitatem ſupra ſcriptam, alia ſenarium, tertia binarium, quarta 0: & poſitis ob oculos earundem figurarum faciebus videbis, in primis areolis quatuor virgularum ſimplum numerum oblatum: in ſecũdis areolis duplum, in tertiis areolis ſeu tertio linearum interuallo triplum, in quarto quadruplũ, in quinto quintuplum: & ita deinceps ad nõcuplum quod in nono interſtitio linearum inuenies.

Propoſitio II. Neperi.

In tabulatis ſingula loca ſingulis diagoniis diſtinguuntur. Vnde duæ notæ eiusdem rhomboidis ſunt eiusdem loci; atq; ideo addendæ.

Vt tabulato anno domini 1620 in ſummo interuallo tabulæ (per primam huius) in ſecundo ſe ſponte offert eiusdem anni duplum in quatuor locis: videlicet in primo eiusdem rhomboide 2 & 1 (quibus additis fiunt 3) & in ſecundo rhomboide 2, in tertio 4. Deniq; in fine 0. Vnde pro integro duplo dicti anni exurgit 3240.

Propo-

Propoſitio III. Neperi.

Quando ſumma præſentis loci maior eſt nouenario, tum minuta denario, quando minor, integra reſeruetur: nouenarii enim ipſius valor ſequente propoſitione innoteſcet.

Exempli gratia, redigatur 16670 2498 in tabulam (per primam huius) & in noni interualli primo rhomboide à leua offendes 9 & 5. quorum ſumma eſt 14: ablato igitur denario, reſeruetur in animo quaternarius pro primo exemplo. Sic in ſeptimo rhomboide ſeptimi interualli, pro ſecundo exemplo reperies 8 & 6, quorum ſumma eſt 14: reiectis ergo decem reſeruentur quatuor. Atq; hæc maiorum locorum exempla fuerunt: ſequuntur minorum: In primo itaq; rhomboide tertii interualli, inueniũtur minora nouenario 3 &1, pro tertio exemplo, quorum ſumma 4 animo reſeruatur. Sic in primo ſeu ſiniſtimo, loco vacuo ſexti interualli, ſtat nihil: nihil igitur animo reſeruetur pro quarto exemplo. Item in ſexto rhomboide ſecundi interualli ſtat quaternarius (minor nouenario) reſeruetur ergo quaternarius pro quinto exemplo. Denique

in quinto rhomboide quarti interualli, ſtat cyphra ſeu nihil: nihil ergo manet reſeruandum pro ſexto exemplo. Sic de cæteris.

Propoſitio IV. Neperi.

Quando dextrorſum à loco reſeruatæ ſummæ, rhomboides maior nouenario prius occurrit quam minor; ſumma reſeruata vnitate aucta, integra tranſcribatur, cum cyphris pro ſingulis nouenariis intermediis, ſi qui ſint) quando autem non, cum ſuis nouenariis, ſine augmento.

Vt in primo RHOMBOIDE noui interualli ſuperius reſeruabatur quaternarius pro primo exemplo, poſt cuius rhomboidem ſequitur dextrorſum rhomboides maior nouenario. ſcilicet 4 & 6, (quæ ſunt 10:) pro quaternario ergo reſeruato, tranſcribendus eſt quinarius. Item in primo rhomboide tertii interualli, pro tertio exemplo reſeruabatur 4, poſt cuius rhomboidem (præter nouenariū) ſuccedit dextrorſum rhomboides maior nouenario, conſtans notis 8 & 2: tranſcribendæ igitur ſunt pro eo & ſuo nouenario 50. Sic in ſiniſtimo loco vacuo ſexti interualli in quarto exem-

to exemplo reſeruabatur nihil in animo: & dextrorſum ab huius loco, (præter duos nouenarios) ſucceſsit rhomboides nouenario maior, 6 & 4 ſeu 10: augendum ergo erit nihilum vnitate, & pro nihilo cum duabus cyphris, tranſcribenda erunt 100. Item ſuperius in ſeptimo rhomboide ſeptimi interualli, reſeruabatur quaternarius pro ſecundo exēplo; quem ſequebatur immediatè dextrorſum rhomboides non maior nouenario, ſcilicet 3 & 5, quæ ſunt 8: integer ergo quaternarius eſt ſine augmento tranſcribendus. Item in ſexto rhomboide ſecundi interualli reſeruatus eſt ſuperius in quinto exemplo quaternarius, & hūc rhomboidem ſequebatur (præter duos nouenarios) ſenarius (nouenario ſcilicet haud maior) integer ergo & ſine augmēto tranſcribatur quaternarius cum ſuis binis nouenariis ſic, 499. Deniq; in quinto rhomboide quarti interualli, reſeruabatur nihil pro ſexto exemplo, cuius rhomboidem ſequebatur (præter tres nouenarios) binarius. qui (cum nouenarium non excedat) reſeruatum nihilum cum ſuis tribus nouenariis absq; augmento ſcribendū eſſe arguit, hoc modo 0999, & ſic de reliquis.

Propo-

Propositio V. Neperi.

Oblati simpli optatum multiplum infra decuplum inuenire, & transcribere.

Cum doceat Prop. 3. quando notæ tabulatæ sunt minuendæ denario, & quando non: & 4 Prop. ostendat quando augendæ sunt vnitate, & quando non. nec alia habent tabulatæ à transcribendis discrimina; facile est, è notis tabulatis transcribendas colligere, vel sola exemplorum sequentium imitatione. Primi ergo exempli anni Domini 1620 sunt multipla transcribenda. In primo interuallo (per primam huius) locentur 1 6 2 0 quæ simplum sunt; in secundo se offerunt 2 & 1, 2, 4, 0 quæ sunt 3 240 pro dicti anni duplo; in tertio 3, & 1, 8, 6. 0, quæ sunt 4860 pro triplo eiusdem; in quarto 4 & 2, 4, 8, 0: ea sunt 6 4 8 0 pro quadruplo; in quinto 5 & 3, 0 & 1, 0, 0 quæ sunt 8100 pro quintuplo: in sexto 6 & 3, 6 & 1, 2, 0, quæ sunt 9720 pro sextuplo: in septimo 7 & 4, 2 & 1, 4, 0, quæ sunt 1134 0 pro septuplo: in octauo interstitio 8 & 4, 8 & 1, 6, 0, quæ sunt 12960 pro dati anni octuplo: in nono tandé interstitio sunt 9 & 5,4 & 1, 8, 0,

quæ ſunt 14580 pro dicti anni nõcuplo. Similiter ſecundi exempli tabulati ſtabit in primo ſeu ſummo tabulæ interuallo ipſum ſimplum 166702498. Quod in ſecundo duplum eſt, & ſic legitur & tranſcribitur 333404996. E tertio triplum ſic tranſcribitur 500107494. E quarto quadruplum ſic tranſcribitur 666809992. E quinto quintuplum dati numeri ſic tranſcribitur 833512490. E ſexto interuallo ſextuplum ejusdem ſic tranſcribitur 1000214988. E ſeptimo ſeptuplum eiuſdem ſic legitur & tranſcribitur 1166917486. Ex octauo ſic tranſcribendum eſt octuplum oblati numeri, 1333619984. Deniq; propoſiti numeri noncuplum è nono interuallo ſic tranſcribitur 1500322482. Quæ & ſimilia omnia breui exercitio diſces tam antrorſum legere, & trãſcribere; nec vlla niſi in multiplorum lectione & trãſcriptione occurrit in hac Virgulari Arithmetica difficultas.

Atq; hæc de Virgularum vſu ex Nepero produximus: in quo nihil nobis vendicamus, omninoq; tale præmium inuẽtori ingenioſiſsimo tribuimus, quale Thales Philoſophus à Prienenſi exoptauerat. Vſum huius doctrinæ facile

cile assequeris, in multiplicationibus atq; diuisionibus, si ea quæ nos scripsimus foliis 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, itemq, foliis 91, 92, 93, 94, recte intellexisti. Tabulas enim ex multiplicando atq; diuisore virgularum compositione facies absq; vlla ingenii molestia. Quod vt facilius fiat, scholis Academiæ nostræ priuatis, atq; Tucholiensi, Nouodworsciana liberalitate firmiter iam constitutis, ligneas virgulas dono: aureas & argenteas in honorem primi inuentoris libenter donassem, si per fortunas liceret nostras. Æreas iam olim donaueram Generoso Domino Valentino Raczkovvski: cumq; iam ex eo metallo nullæ mihi essent, ligneas paraui Admodum Reuerendo Domino Francisco Zayerski, qui vt nomen ita ingenium quoq; subtilissimi Francisci Vietæ refert. Vtriq; ars Neperiana mirifice placuit. Plura cognoscentur ex ipso Nepero, ad quem studiosos remitto. Quodq; olim Veromanduus circa finem capitis de diuisione scripserat, sublata iam multiplicationis atq; diuisionis molestia, per Rabdologiam hoc est virgularem Arithmeticam, præcipuè in Logarithmis vsurpemus: Pes bonus, oculus bonus, ait tyroni-

bus lanista: mens bona, memoria bona, manus bona, dicat hic Mathematicus discipulo. Omnino enim (vt scribit Neperus) nouitium hoc inuentum, obtusa & humi repentia refugit ingenia. Diligenti tamen nihil arduum & difficile videbitur.

Hic vero iam subsistamus, vel potius adhuc exhortatione iuuentutis ad mathemata, librum concludamus. Sæpe audimus raros esse mathematum cultores ob eam præcipuè causam quod rari Mecænates sint: de hoc non disputo: sæpe tamen audio illud,

Sint Mecænates non deerũt Flacce Marones:
ab iis vsurpari qui nihil Maronis in se habent. Maro tanto mathematum amore tenebatur, vt inter præcipua ipsius vota illud habeatur:

Me vero primum dulces ante omnia Musæ,
Quarum sacra fero ingenti perculsus amore,
Accipiant cæliq; vias & sydera monstrent!

Id autem absq; Arithmetica atq; Geometria, Platonis sententia alis Astronomiæ, fieri non poterat: vt vel hinc colligamus his artibus Maronem intentum fuisse. Sed id ex aliis etiam locis clarè perspicitur. Frustra ergo ociosi vsurpant illud,

Sint

Sint Mecænates nō deerunt Flacce Marones:
Verius multò hoc ipsũ inuertitur ab eruditis:
Non deerũt Mecænates sint Flacce Marones.
Ridiculum est ante laborem præmia poscere. Ac iam studiosus quoties Mecænatem non habet, imo etiam cum habet, multum sibi ad perfectionem eam, quam imbecillitas ingenii humani cōsequi potest, deesse arbitretur: modisque omnibus ad veræ eruditionis fastigium contendens spem bonam concipiat, suis conatibus non defore Mæcenatem. Leo Græcanicus Imperator Eulogio Philosopho tesseram frumentariam militibus debitam dederat. Eunuchus ait: Hæc in milites debere absumi: Imperator verò respondet: Vtinam meis temporibus eueniat, stipendia militum in doctores artium absumi! Optabat hoc tum Leo: nostra ætas iam habet exemplum memorabile ad omnem posteritatem. An non stipendia generosissimi Domini Bartholomaei Nowodworski Equitis militiæ Melitensis Ordinis S. Joannis Baptistæ Hierosolimitani in doctores artium atq; discipulos absumpta? Commemorabit grato animo hanc militarem munificentiam Academia Iagellonia Cracouiensis, quam

ſis, quam diu literæ erunt, quam diu Typographia ars artium omnium conſeruatrix optimos dabit libros. Moueri ergo debet ingenuus animus ad ſtudia cuiuſuis generis pertractanda, iſta heroica liberalitate. Ac etiam ſi hæc nulla ſit, ſcientiæ tamen cupidum animum mouebit amor veritatis ad quam perquirendam multum artes mathematicæ faciunt. Themiſtius, Qui accedere, inquit, vult ad Philoſophiam ſine Mathematica, delirat. Boetius quoq; ait: Qui ſpernit Mathematicas ſcientias, ei denuncio non rectè philoſophandum. Credamus his teſtibus vel ſi plura adhuc doctiſsimorum hominum requirimus excitamenta, credamus Galeno, qui libro de Syſtaſi medicinæ, inter ſeptem ad omnium rerum inquiſitionem & cognitionem neceſſaria, exercitium etiam in mathematis deſiderat. Iſta autem ſeptem ſunt. Primùm ſcilicet ingenium ſagax & docile. Deinde aſſuefactio & exercitatio ab ineunte ætate in mathematis maximè vero in Arithmetica & Geometria. Tertio aſsiduitas. Quarto vt præceptores audiat præſtantiſsimos, & celeberrimos. Quinto inexplebile deſiderium veritatis. Sexto

cogni-

cognitio eius methodi & normæ qua verum & falſum diſcernuntur. Vltimo autem exercitium & vſus eiuſdem methodi. Locum Galeni ex quo iſta ſeptem exponuntur, vel propterea producam quod Lacuna è Trincauellio pro Exercitio in mathematis ſubſtituit Optimam educationem. Galenus ergo ipſe loquatur, Mathematicasq; contemplationes commendet.

Πρῶτον μὲν ὀξεῖα φύσις, ὥσπερ ὅπερ ἂν ἐκδιδάσκηται μάθημα λογικὸν ἑτοίμως ἕπεσθαι. δεύτερον δὲ ἡ ἐκ τῆς παιδικῆς ἡλικίας ἀγωγή τε καὶ ἄσκησις, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις γενέσθαι μαθήμασι. μάλιστα δ' αὐτὸν ἔν ἀριθμητικῇ τε καὶ γεωμετρίᾳ γυμνάσασθαι δεῖ. καθάπερ καὶ Πλάτων συμβουλεύει. τρίτον ἐπὶ τούτοις ἅπασιν ὑπάρχειν, τὰ παρὰ τοῖς κατὰ τὸν ἑαυτοῦ χρόνον ἀρίστοις εἶναι δοκοῦσιν. εἶτα τέταρτον αὐτὸν εἶναι φιλοπονώτατον, ὡς μηδὲν μήθ' ἡμέρας μήτε νυκτὸς ἐπιμελεῖσθαι ἄλλο πλὴν τῶν μαθημάτων. εἶτα πέμπτον ὅπερ ὀλίγοις ὑπῆρξεν ἀληθείας ὀρεχθῆναι, καὶ τοῦτο σπουδάσαι μόνον ἐν ἅπαντι τῷ βίῳ καταφρονήσαντα τῶν ἄλλων ἁπάντων, ἃ τοῖς πολλοῖς διεσπούδασται. πρὸς τούτοις ἕκτον ἐκμαθεῖν τινὰ μέθοδον, ᾗ διακρινεῖται τὸ ἀληθές τε καὶ τὸ ψεῦδος. οὐ γὰρ δὴ ἀποχρήσει γε μόνον εἰς τὴν εὕρεσιν ὧν

ζητοῦμεν ἐπιθυμῆσαι τῆς ἀληθείας, ἀλλὰ χρὴ καὶ δύναμίν τινα τῆς εὑρέσεως πορίσασθαι. ἔδει μὲν ἐπὶ τούτοις ἅπασιν ἀσκῆσαι τὴν μέθοδον, ὡς μὴ γιγνώσκειν μόνον, ἀλλὰ καὶ χρῆσθαι δύνασθαι.

Hæc Galenus. Multo adhuc illuſtrior locus eſt libro de præcognitione: vbi de artium abuſu grauiter conqueritur. Geometria (inquit) & Arithmetica ea duntaxat ratione in precio ſunt, quod ad ſupputandas ſumptuum ratiunculas aut domos extruendas vſum ferunt. Aſtronomiâ vero & diuinatoriâ ad præſciendas hæreditates vtuntur. Muſica quatenus oblectare poteſt auditum. Philoſophiam autem harum artium dominam, & demonſtratiuam diſciplinam, omnino negligunt, niſi quando Rhetoribus ſophiſtica arte, inſtrumẽto ſane maligno, vti in oratione eſt animus. Sic ergo Galenus philoſophatur, Arithmeticamq; non ad computandum tantum, neq́ue Geometriam ad metiẽdum tantum, exoptat: ſed quod clara & perſpicua reddantur per has artes ingenia. His mathematicis ſpeculis (ait Socrates apud Platonem) inſtrumentũ quoddam animæ cæterarum alioqui diſciplinarum ſtudiis corruptum & occæcatum tum expur-

gatur,

gatur, tum recreatur, quod diligentius & accuratius seruandum sit quam decem oculorum millia. Quod si quis me roget qualem hoc loco Philosophiam cum Galeno intelligam, ei ex diuino nostro Socolouio respondebo. Libet enim nunc conclusionem libri nectere ex grauissimorum authorum sententiis, vt facilius persuadeam. Vera inquit Philosophia, hæc dico quæ foris est, Trismegisto, Pythagora, Archita Tarentino, Platone, Xenophonte, Aristotele, Theophrasto, Proclo, Plotino, Philone, Psello, Iamblicho, Cicerone, Seneca, Epicteto, Plutarcho, & aliis qui horum interpretes fuerunt, continetur: quos isti (intelligit Franchenos, aliosq; nouos Porphyrios, Iulianos, Celsos, Lucianos,) ne à prima quidem fronte salutarunt, sed ipsos solos nescio quos scholæ cursus cucurrerunt potius, quam institerunt in iis: moreq; vtris pauca quædam grana continentis suam diuinam iactantes sapientiam, mortalibus circumstrepunt. Itaq; Socolouius cum Pythagoram, Architam Tarentinum Platonem nominat, artes Mathematicas atque in his paucis alios scriptores Mathematicos nominat, nomineq;

Philoſophiæ comprehendit. Iamque ſi artes communi quodam vinculo coniunctæ ſunt, certè ad cauſarum in qualibet re perueſtigationem coniunctis artium præſidiis progrediendum eſt. Muſas vni fonti aſsidere antiquitas putauit, nunc ſeiunguntur. Nihil in tota Republica literaria obſcurius aliis videtur decimo Euclidis elemento: at hoc tamen ad phyſicarum rerum contemplationem multum conferre probat doctiſsimus Keplerus Atq; hoc ita verum eſt, vt Copernicus ſui temporis Aeſculapius totam medicinam ad Archimedæum problema reuocauerit, admirante Georgio Ioachimo Rhetico optimi ſenis diuinas meditationes. Archimedæum problema, hoc eſt vt refert Pappus libro 8, quadrageſimũ inuentum mechanicum Archimedis, in quo fertur dixiſſe: Da mihi inquit vbi conſiſtam, & terram commouebo: illud eſt: Datum pondus data potentia mouere. Itaq; Copernicus materiam morbi contumacem, pondus vocabat: potentiam vero præſidia medicamentorum quibus materia contumax moueretur. Neq; mediocris ingenii eſt colligere dato põderi mouendo quæ ſeruiat potentia. Fortaſſe

hic mul-

hic multi oculis Socraticis deſtituti, velut in tenebris progrediuntur ſæpe ceſpitantes. De his iam ſæpe locutus ſum cum Clariſsimo Domino Andrea Wolfowicz, Medico & Mathematico doctiſsimo. Hocq; ita eſſe apparebit in iis exemplis quæ mihi idem propoſuit, de quibus etiam in Arithmetica partium agam poſtquam ex fontibus Italicarum Academiarum aliquos riuulos in meum agrum deduxero. Ait Poeta ad agricolas Hyemes optare ſerenas: ego quoq; adoleſcentibus Academiæ noſtræ hoc dicam. Multa in vſum eorum paraui: optent vt ſerena ſit hyems mea, hoc eſt ſtudiorum Medicinæ cauſa peregrinatio, pro qua (id exoptante Illuſtriſsimo Domino MARTINO SZYSZKOVVSKI, Epiſcopo Cracouienſi, & Academiæ Cancellario digniſsimo) facultaté ab Vniuerſitate impetraui. Sic enim æſtas dabit illis horrea plena ſciẽtiæ frugibus Habemus prælũ Nowodworſcianum quod publicis vtilitatibus inſeruiet: nihilq; iam aliud nobis reſtat, niſi vt in iis quæ concepimus, quid ſit primum, quid ſecundum animaduertamus, vt tanto facilius intelligantur. Habebunt Arithmeticam partium, atq; figura-

figuratorum. Habebunt Geometriam. Habebunt & Poloniæ descriptionem, in qua iam pro fundamento ieci Vistulam: cuius flexus à Cracouia Dantiscum vsque, arte paucis cognita obseruaui, vna cum Generoso Domino Valentino Raczkowski, amico meo fidissimo. Erunt & alia, præparent tantum ingenia Arithmeticis præceptis, vt expeditiores reddantur ad ea percipiendum quæ dabuntur. Cumq; multa perceperint, quotidie tamen illud Theophrastæum cogitent, Ea quæ scimus, ne millesimam quidem partem eorum esse, quæ nescimus: neq; imitentur eos qui paululum vltra primas literas progressi omnia se scire putant. Hic seculi nostri morbus est. Sed iam hoc agamus quod propositum est. Vt efficaciter agamus, DEVS OPTIMVS MAXIMVS orandus est, vt mentem det naturæ intelligentem.



Primus hic NOWODWORSCIANÆ fundationis fructus rem ſtrenuè promouente

Magnifico atq; admodum Reuerendo Domino SEBASTIANO KRVPKA Iuris vtriuſq; Doctore & Profeſſore, Canonico Cracouienſi, Præpoſito Vielicienſi, RECTORE Vniuerſitatis Cracouienſis vigilantiſſimo, prodit in lucem

Ex Typographia Matthiæ Andreouienſis.

CRACOVIÆ, Anno Domini, 1620.



Ne ista pagina vacua sit, addo ex Henischio hæc Arithmetica prouerbia quorum frequentissimus esse potest vsus.

1. *Centum libræ mæstitiæ vnam vnciam debiti non soluunt.* Dictū Alphonsi Regis Neapolitani, vt Æneas Syluius refert.

2. *In marsupio, in calice, in ira* subintellige, hominis ingenium patefit. Adagium Hebræorum. Pecunia arguit fidem eius, cui concredita est: vt pondera animum mercatoris. Nam qui auarus est, fere diuersis vtitur ponderibus. In vino verò animi mores apparent. Nam in ore ebrii, quod in corde sobrii.

In nouam Arithmeticam M. IOANNIS BROSCII Acad. Crac. Astrologi Ordinarii.

ANAGRAMMA.

IOANNES BROSCIVS CVRZELOVIENSIS MATHEMA[illegible]

Si bonus hic; Si castè numeros amat; Zoile cur venis?

Sic bo-



SI bonus hic *liber est : labor vtilis: Optimus inde*
Proueniet fructus, culta iuuenta, tibi ,
Si numeros tractare docet, si tradit Arithmi
Leges perfectè queis numerare queas
Cur nunc ô Iuuenis numeros addiscere cessas,
Si studijs recte consuluisse velis?
Namq; Mathematicâ perfectum reddet in arte
Formabitq; animum, tarda iuuenta, tuum.
Est in communi vita huius maximus vsus :
Vsu nec numeri rustica vita caret.
Ergo adsis (tibi enim seritur metiturq;) iuuentus
Et gratâ numeri commoda mente cape.
Qui castè numeros amat, haud is cæca metalla
Sed causas rerum & pondera nosse cupit.
Si castè numeros amat, *& doctissima quæq;*
BROSCIVS *huic prudens inserit arte libro :*
Nam bona sicut apis fragrantibus insilit herbis
Dulcia vt hinc aliis mella parare queat :
Bibliothecarum sic magna volumina cautè
Voluit, vt hinc nobis optima quæq; legat :
Qui legis hæc, eadem mecum fateare necesse est,
Quodq; iuuentuti commoda mille ferent :
Zoile *nunc igitur, bona qui pro more reprêndis*
Dic rogo quare venis? *Carpere? Carpe alios*
Non [illegible] *hic linguæ virosæ scommata, cum sit*
Laus placuisse bonis, displicuisse malis.

Testandi adfectus ergó posuit
Ionas Wolckvvertz Husanus Holsatus

ERRATA.

Folio 4, *versu* 13, *pro* calere *lege* callere.

Folio 15. *versu* 14 *pro* dücentorum viginti quinq; aureorum Vngaricorum *lege* 225, 000 aureorum Vngaricorum

Folio 40 *ver. vltimo pro* πολλαπλασιαζειν *lege* πολλαπλασιάζειν

Folio 41, *versu* 2, *pro* πολλαπλασιαζόμενος *lege* πολλαπλασιάζόμενος.

Folio 49 *versu* 9 *pro* Pithagoræ *lege* Pythagoræ.

Folio 92 *versu* 12 *pro* 1343928 *lege* 1343628

Folio 112 *versu* 14 *pro* 900 *lege* 600.

Folio 139 *versu* 9 *pro* æquari *lege* comparari.

Folio 176 *ver.* 12 *pro* $183888\frac{7}{19}$ *lege* $183888\frac{7}{18}$

Folio 196 *versu* 6 *pro* calculorum Thesauri *lege* calculonum Thesauri

Folio 202 *versu* 16 *pro* 4. 611. 686. 018. 427. 378. 904. *lege* 4. 611. 686. 018. 427. 387. 904.

Eodem folio versu 21 *pro* 147. 573. 952. 589. 676. 412. 428. *lege* 147. 573. 952. 589. 676 412. 928.

Folio 207 *versu* 12 *pro* meditationis *lege* mediationis.

llere.
n viginti
ge 225,

ςιαζειν

αζομε-

ge Py-

43628
.
parari.
3888 $\frac{7}{18}$
nesauri

3.427.
427.

.589.
589.

e me-

Festiva et Natalis Gratulaō

Vorrrn

Non licuit unquam quadrata componere ro
dis, multo minus tristia letis.

